А. А. ГИЛЕВ

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

ЛАНЬ®
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР
2008

ББК 22.3
Г 47

Гилев А. А.

Г 47 Практикум по решению физических задач в техническом вузе: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2008. — 144 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-0864-1

В практикуме рассмотрены методические основы организации практических занятий по физической механике и молекулярной физике — первой части вузовского курса физики, трудоемкость изучения которого в соответствии с государственным образовательным стандартом составляет около 400 часов. Практикум состоит из трех разделов. Первый адресован преподавателю, ведущему практические занятия, и содержит анализ процесса решения физических задач и используемых методов. Второй и третий предназначен как для преподавателя, так и для студента.

ББК 22.3

Обложка
А. Ю. ЛАПШИН

ВВЕДЕНИЕ

Физические учебные задачи являются отражением свойств и закономерностей объектов окружающей действительности. Степень отражения и соответствия реальности в них может варьироваться в очень широких пределах, но при этом учебные задачи всегда будут являться важнейшим элементом процесса обучения. С одной стороны, они выступают образцом применения ранее полученных знаний, с другой стороны, могут служить моделью элементов профессионально значимых ситуаций. В первом случае задачи выполняют иллюстративную роль, во втором — функцию инструмента анализа профессиональных знаний. Решение задач следует рассматривать как активную форму обучения, органично дополняющую лекции, лабораторный практикум и другие формы учебной работы. Оно позволяет раскрыть системный характер физических объектов и показать многообразие вариантов их внутренних и внешних связей. При таком подходе к решению задач акцент в деятельности студента смещается с процедурной, операционной части на осмысление условия задачи и конструирование образа заданного объекта, имеющего определенную структуру и систему различных отношений. Успешное решение учебных задач в вузовском курсе предполагает не только фактическое знание учебного материала, но и владение приемами учебной деятельности и наличие определенных качеств у студента.

Процесс решения физических задач является сложным по структуре и состоит из нескольких стадий: понимания текста, формирования образного представления и физической модели, создания математической модели, аналитического или численного решения. На каждом из этих этапов студент осуществляет целый комплекс действий, необходимых для получения результата или ответа на поставленный вопрос.

В предлагаемом практикуме рассмотрены методические основы организации практических занятий по первой части вузовского курса физики технических специальностей — физической механике и молекулярной физике. Практикум разделен на три части. Первая адресована преподавателю, ведущему практические занятия, и содержит анализ процесса решения физических задач и используемых методов. Вторая и третья части предназначены как для преподавателя, так и для студента. Вторая содержит рабочую программу раздела «физическая механика», краткий перечень основных теоретических соотношений между величинами, примеры решения задач, тексты задач двух самостоятельных контрольных работ и краткие биографические справки о физиках, механиках, ученых, чьи имена и научные работы так или иначе навсегда оказались связанными с физической механикой [22–27]. Третья часть — это программные вопросы и основные соотношения «молекулярной физики и термодинамики». После рассмотрения примеров решения, следуют тексты задач, предназначенные для одной самостоятельной контрольной работы. Завершают эту часть краткие биографические справки об ученых, чьи работы имеют непосредственное отношение к вопросам раздела [22–27].

Многие задачи, включенные в предлагаемое издание, являются оригинальными, однако часть задач, проверенных многолетней практикой преподавания, заимствована из популярных сборников [18–21].

• I •

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРАКТИКУМА ПО РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

1. ФИЗИКА В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ТЕХНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ. РОЛЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В ФИЗИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Современная структура высшего технического образования сложилась в результате длительного эволюционного процесса накопления лучших методов и технологий обучения, формирования инфраструктуры и наполнения ее предметным содержанием.

Последние десять лет принесли осознание изменения целей высшего образования. В опубликованных «Концепциях модернизации российского образования на период до 2010 года» они связаны с понятиями «компетенция» и «компетентность». В научных исследованиях и нормативной документации последних лет понятия «компетентность» и «компетенция» используются достаточно широко и в целом ряде работ они отождествлены. Компетентность определяется как способность делать что-либо хорошо или эффективно. В «Государственных образовательных стандартах» второго поколения отмечено, что целью обучения становится не столько процесс получения и накопления знаний, сколько овладение деятельностью, т. е. реализация умений, навыков практического использования знаний. Это придает практическим занятиям особое значение и делает их неотъемлемой частью всего процесса обучения.

Физика как учебная дисциплина входит в цикл общих математических и естественнонаучных дисциплин. Большинство программ курса физики, реализуемых в российских институтах и технических университетах в полном соответствии с государственными образовательными стандартами, основаны на традиционном делении учебного материала по объектам и явлениям. Система физического образования в высшей технической школе создавалась в течение длительного времени. Основное ее положение — в утверждении фундаментального характера физики, имеющего следующие четыре аспекта: методологический, профессиональный, развивающий и системный.

1. Физика является фундаментом последующего профессионального обучения из-за развитой методологии научного познания, главный принцип которой — первичность опыта и эксперимента. В одном из первых российских учебников по физике О. Д. Хвольсона (*Хвольсон О. Д*. Краткий курс физики для медиков, естественников и техников. Т. 1. СПб.: Издание К. Л. Риккера, 1897. С. 343) физика определена как «наука о неорганизованной материи и о происходящих в ней явлениях. Изучая явления, физика имеет три задачи или цели: открыть, исследовать и объяснить явления». Позже в «Элементарном курсе физики» (т. 1) под ред. Г. С. Ландсберга (1948) указано, что «преподавать физику нужно именно как науку, а не как совокупность отдельных фактов. На базе фактического материала в сознание учащихся должно проникать ясное представление о научном методе, характерном для физики, ...этот метод есть метод экспериментальный. Всякое понятие, вводимое в физике, получает конкретный смысл только при условии, что с ним связывается определенный прием наблюдения и измерения, без которого это понятие не может найти никакого применения в исследовании реальных физических явлений. Отчетливое понимание этого экспериментального характера физических законов имеет крайне важное значение: оно делает из физики науку о природе, а не систему умозрительных построений».

Этот подход отражен в содержании практически всех учебников физики, выдержавших десятки переизданий и многолетнюю практику использования в процессе обучения. Вместе с тем известны иные варианты изложения, являющиеся по своей структуре дедуктивными. Так, в курсе физики, разработанном в СПбГПУ [1], основные законы термодинамики получены из распределения Гиббса, а вопросы электростатики рассмотрены после введения системы уравнений Максвелла. Реализация в курсе физики индуктивного или дедуктивного подхода связана с ролью, отводимой в программе экспериментальному и эмпирическому описанию действительности. Следует признать, что дедуктивный подход позволяет изложить ряд разрозненных вопросов программы более компактно, объединив их внутренней системной логикой.

2. Фундаментальность физического образования предполагает, что в высших технических учебных заведениях знания, сформированные у студентов на занятиях по физике, являются основой для изучения общетехнических и специальных дисциплин, освоения новой техники и технологий. При этом физическое образование становится целостным, а дисциплины учебного плана оказываются объединенными общей методологией построения, ориентированной на междисциплинарные связи. Еще в 50-х годах XX века А. Ф. Иоффе считал, что физику нельзя считать только общеобразовательным предметом. Она должна обогащать и углублять специальное образование. По его мнению, программу курса физики и учебник необходимо приспособить к профилю вуза или специальностей, согласовывать материал с техническими кафедрами. Обучение физике должно быть взаимосвязано со специальными дисциплинами и базироваться на рассмотрении конкретных процессов и явлений, относящихся к профессиональной деятельности будущего специалиста.

3. Физика как учебная дисциплина является наиболее мощным средством общего и когнитивного (от англ. *cognition* — познание) развития человека. В ряде публикаций [2–5] когнитивное обучение рассматривалось как усвоение учащимися научного метода познания и формирование соответствующего способа мышления. Когнитивное обучение тесно связано с развивающим обучением и направлено на развитие высших когнитивных функций мышления. Основной целью изучения физики является формирование у учащихся физического мышления. Мышление, по Л. С. Выготскому, — это прогнозирование. Физическое

мышление — это прогнозирование движения и развития физических систем, структур или физических явлений, это возможность предвидения последствий тех или иных технических решений в профессиональной деятельности. Физическое мышление всегда ориентировано на описание реальных объектов, их взаимодействий, изменений состояний и их классификации. В этом смысле оно — объектно-ориентированное. В физическом мышлении задействованы все известные формы мышления: наглядно-действенное, образное и словесно-логическое. В наглядно-действенном основу составляют действия с реальными телами, в образном — действия с символами, образами или «картинками», в словесно-логическом — рассуждения, использование научных понятий, построение логических конструкций.

4. Важная тенденция в практике последних десятилетий преподавания физики — использование особенностей учебной дисциплины «физика» для формирования и развития системного мышления. «Это не просто дополнение анализа синтезом, имевшее место в классической науке; это — новое, многомерное видение мира, новое понимание принципов детерминизма явлений» [6]. Огромная роль в этом принадлежит практическим занятиям по решению задач. Задачи выступают как средство представления системной структуры физических объектов, показывая сложность и разный уровень их связей с другими явлениями и объектами. Именно поэтому задачи являются не столько средством усвоения количественных и качественных соотношений между физическими величинами, сколько инструментом, позволяющим увидеть целостные свойства физических объектов, обусловленные наличием у них структурных и системных признаков.

Во всех технических вузах преподавание физики традиционно сводится к следующим видам учебной работы студента: лекции, лабораторные работы, практикум по решению задач и семинарские занятия по теоретическим вопросам курса, учебно-исследовательская и научно-исследовательская работа, написание рефератов, разработка проектов и др. Все они условно могут быть разделены на две группы, включающие в себя активные и пассивные виды учебной деятельности студента. К активным видам относится решение задач. Учебные задачи являются важнейшим элементом академического и любого инновационного процесса обучения. Однако их место в вузовской дидактической системе однозначно не определено. С одной стороны, задачи выступают образцом применения ранее полученных знаний, с другой стороны, могут служить моделью элементов профессионально значимых ситуаций. В первом случае задачи выполняют иллюстративную роль, во втором — функцию инструмента анализа профессиональных знаний. Целью и результатом их решения, по выражению Д. Б. Эльконина, является не изменение предмета, с образом которого действует человек, а изменение себя как субъекта деятельности. При этом сам процесс решения задачи выступает как деятельность по формированию новых знаний.

Решение задач следует рассматривать как активную форму обучения, органично дополняющую лекции, лабораторный практикум и другие виды учебной работы. Эта форма обучения позволяет раскрыть системный характер физических объектов и показать многообразие вариантов их внутренних и внешних связей. При таком подходе к решению задач акцент в деятельности студента смещается с процедурной части на другие, связанные с осмыслением условия задачи и конструированием образа заданного объекта, имеющего определенную структуру и систему различных отношений.

2.
ПОНЯТИЕ «ЗАДАЧА» В ПРАКТИКЕ ОБУЧЕНИЯ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ КАК КОГНИТИВНЫЙ ПРОЦЕСС

В методической литературе под учебными физическими задачами понимают специально подобранные упражнения, главное назначение которых заключается в изучении физических явлений, формировании понятий и развитии физического мышления. Физической задачей называют небольшую проблему, «которая в общем случае решается с помощью логических умозаключений, математических действий и эксперимента на основе законов и методов физики». Физическая задача — это ситуация, требующая от студентов мыслительных и практических действий для достижения поставленной в задаче цели. В одних случаях эта цель достигается легко, в других — не очень. Легкость и трудность решения задач зависят от того, как учащийся анализирует условия заданий, как формирует всю систему внутренних отношений. Задача требует от учащихся применения мыслительных и практических действий, направленных на овладение фактическим материалом рабочей программы дисциплины и развитие мышления. По выражению А. Н. Леонтьева, задача в ее общем виде определяется как цель, данная в условиях достижения. Эти условия объективно могут быть минимально достаточными, избыточными или недостаточными для построения решения. Однако на начальном этапе решения описанная в задаче ситуация всегда воспринимается как субъективно неопределенная. Лишь в процессе ее переработки и конструирования образа задачи формируется логическая структура ее решения.

Деление физических задач на «сложные» и «трудные», вводимое в ряде работ [7, 8], является весьма условным. Оба термина характеризуют не столько задачи, сколько решающего их субъекта. Какие задачи можно считать сложными, а какие — простыми, и в чем заключается их сложность? В научной литературе нет единого подхода и нет единой методики определения сложности задач. В работе Г. А. Балла [9] рассмотрен алгоритмический способ, основанный на оценке количества операций, необходимых для решения оцениваемой задачи. Более простым представляется метод определения уровня сложности, сформированный исходя из анализа структуры физической задачи. Сложность определяется количеством объектов исследования (числом явлений, процессов и физических величин, значения которых надо найти), формой требований задачи (задано требование в явном или неявном виде), уровнем использования математического аппарата, способом задания условия. И. Я. Лернер считает, что сложность задач зависит от трех факторов: от количества данных в условии, подлежащих учету и взаимному соотнесению, от расстояния (количества элементарных операций) между вопросом задачи и ответом на него, от состава решения [10]. Субъективное восприятие студентом задачи как сложной определяется не столько структурой процесса поиска ее решения, сколько процессом осмысления ее условия. Легкость или трудность решения задач зависят от того, как студент анализирует условия задач, как формирует всю систему внутренних отношений. Трудности на этом пути связаны, в основном, с неумением переводить вербальную и знаковую информацию в образную, с низким уровнем осмысления воспринимаемого, поверхностной смысловой обработкой материала учебного текста и текста физических задач.

Процесс решения любой учебной задачи является очень сложным по структуре и перечню действий, которые необходимо совершить ученику или студенту для получения результата или ответа на поставленный вопрос. Успешность решения любой задачи определяется качеством ее ментальной модели, на построение которой тратится основная часть времени. Так, в ряде работ процесс решения задач связывают как с факторами памяти, так и со структурой семантических полей. В модели Грино [11] решение рассмотрено как уникальная форма обработки воспоминаний с образованием новых связей. На рисунке 1 схематично изображен процесс решения задачи. Он включает

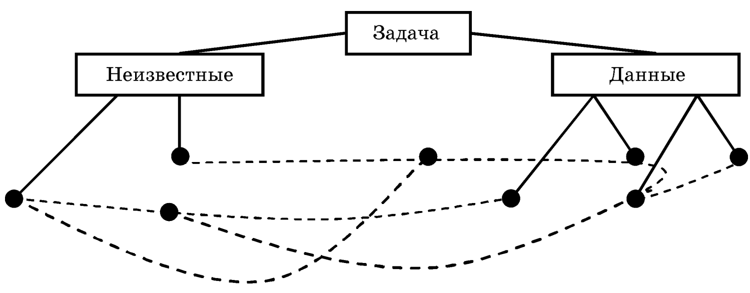


Рис. 1

в себя два этапа: построение когнитивной сети, представляющей задачу (сплошные линии), и построение набора отношений, связывающих элементы задачи с сетью решения (пунктирные линии). Первый этап происходит в рабочей или оперативной памяти, содержащей также полный упорядоченный список переменных и неизвестных. Второй этап — в семантической памяти, содержащей фактические знания.

Эта модель, видимо, в большей степени применима к описанию процесса решения жестко структурированных задач. В отличие от таковых любая физическая учебная задача отличается многообразием задействованных в условии объектов, сложностью их связей и развитым сюжетом. При первом чтении условия ни структура самой задачи, ни ее цель, ни внутренние связи не являются очевидными и однозначно определенными.

Более полувека назад П. А. Знаменский в «Методике преподавания физики» писал, что учащийся должен проводить детальный «анализ содержания задачи с целью выяснения ее физической сущности и отчетливого представления тех физических явлений, о которых идет речь». Следует отметить, что четкости в термине «понимание» в литературе нет. В большинстве исследований этой проблемы понимание рассматривается как осмысление отраженного в знании объекта, как формирование смысла этого знания и процесса его использования. Понимание выступает при этом в роли универсальной характеристики любого познания и интеллектуальной деятельности человека. В процессе осмысления учебного текста учащийся осуществляет целый комплекс когнитивных операций. Процесс понимания или осмысления текста проходит в несколько этапов. Вначале происходит выделение из текста знакомых терминов и понятий. Далее эти понятия используются в качестве ключевых или опорных для формирования общего смысла задачи и определения, решалась эта задача ранее или нет. Эта стадия понимания–узнавания является одним из важнейших компонентов процесса решения и составляет основу понимания структуры задачи в целом. На этой стадии строится сложнейшая сеть ассоциированных понятий, образов и отношений. Затем между ключевыми понятиями задачи и вторичными ассоциированными устанавливаются связи и происходит формирование образа описанного физического процесса или явления.

В результате первичной обработки текста студент на основе визуальных и вербальных данных конструирует или формирует в рабочей памяти представление этого явления или ситуации, называемое часто умственным или ментальным образом. Если он не в состоянии представить себе ситуацию, в которой объекты обладают свойствами или отношениями, обозначенными в тексте, то не сможет понять и сам текст. В обобщенной модели познавательной деятельности, частным случаем которой может рассматриваться решение учебных задач, обычно выделяют три основных этапа: приобретение, инкорпорацию и оперирование. На этапе приобретения происходит восприятие входящей информации, абстрагирование значений и предварительное понимание воспринимаемого материала. На этапе инкорпорации приобретенный опыт осмысливается и встраивается во внутренний мир индивида, меняя и обогащая его. На этапе оперирования осуществляется построение образа возможных действий и их результатов, происходит обратное преобразование субъективных внутренних форм репрезентации во внешние объективные формы. Качество решения задачи в целом определяется эффективностью работы учащегося на первых двух этапах, т. е. зависит, во-первых, от степени понимания текста, во-вторых, от сложности и адекватности ментальной модели, сформированной на его основе. Рассмотрим подробнее эти два наиболее значимых процесса.

3. ПРОЦЕССЫ ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ ТЕКСТА И ЕГО ПОНИМАНИЯ

Процесс первичной обработки текста и его последующего понимания начинается с сенсорного восприятия. В силу особенностей органов зрения человек может воспринимать текст только малыми порциями — обычно по одному или по два слова. В процессе чтения образуется длинная последовательность таких фрагментов, которые необходимо удерживать в кратковременной памяти в течение всего времени их первичной обработки. Однако скорость обработки меньше скорости поступления информации. Так как объем нашей кратковременной памяти ограничен, возникает необходимость выравнивания скоростей ввода и обработки.

Одним из способов снижения скорости ввода информации является повторение. Учащийся неосознанно по нескольку раз повторяет мысленно, а иногда и вслух проговаривая прочитанное, переводя сенсорное восприятие фрагментов текста из одной модальности в другую, из визуальной в аудиальную и моторную. Формируется «петля», по которой циркулирует информация, не попавшая в кратковременную память. Механизм ее образования достаточно подробно описан в работах Т. П. Зинченко [12]. На этом этапе при непрерывном поступлении в кратковременную память входных данных между ними возможна интерференция, которая зачастую приводит к частичной потере информации.

В процессе первичной обработки текстового материала следует переход от его сенсорной репрезентации к семантической, где текст представлен в виде системы значений и смыслов. При этом вначале происходит вычленение из текста знакомых или узнаваемых терминов и понятий. При восприятии знакомых слов не всегда осознается значение каждого из них. Этот процесс достаточно инертен и требует одновременного охвата нескольких, иногда не только единиц, но и десятков значений. Осмысленные слова и термины используются в дальнейшем как опорные или ключевые для формирования общего смысла задачи. Параллельно этим процессам идет непрерывный контроль целостности и внутренней непротиворечивости формируемого смысла, а также его соответствия тексту. Значение функций контроля на этой стадии особенно велико.

Начальная работа с текстом сводится к построению его пропозициональной структуры. Пропозиция — это наименьшая порция информации, которую можно оценивать как истинную или ложную, и которая может быть представлена отдельным простым предложением. Пропозиции в тексте могут быть организованы в иерархическую структуру. Ее выявление способствует лучшему запоминанию информации с целью последующего осмысления. Процесс расчленения текста на отдельные пропозиции, т. е. его разбиения на отдельные, элементарные смысловые единицы в очень сильной степени зависит от психологических особенностей или когнитивного стиля субъекта. Среди всех когнитивных стилей наиболее важным и наиболее изученным является стиль, названный полезависимостью–поленезависимостью. Носители полезависимого стиля плохо расчленяют воспринимаемый текстовый, графический или другой материал, с трудом преодолевают его влияние и поэтому попадают в зависимость от него, как от целого. Поленезависимые способны выделять части одного организованного целого в структуре другого. Общий смысл задачи формируется только после выделения из текста знакомых или узнаваемых терминов и понятий, входящих в пропозиции. Эта стадия является необходимым условием понимания задачи, одним из важнейших компонентов процесса ее решения и составляет основу понимания структуры в целом. Параллельно происходит выявление внутренних и внешних причинно-следственных связей между отдельными пропозициями. Обычно в тексте они формулируются нечетко, но могут быть выявлены в результате связующих умозаключений. Наиболее явно это выражено в задачах, где одно описанное событие служит причиной другого. Таким образом, первое действие при решении учебных физических задач, особенно задач с развитым сюжетом, — это пропозициональный анализ текста. Он невозможен, если у школьника или студента недостаточен словарный запас и малый опыт работы с текстом. По уровню языковой грамотности возрастная группа изучающих физику (студенты 1 и 2 курсов технических университетов) является очень разнородной. Учет этого важен при организации практических занятий по решению задач и семинаров по теоретическим вопросам рабочей программы.

4. ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ МЕНТАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СИТУАЦИИ

Процесс формирования модели ситуации или ее ментального представления идет в несколько этапов. Вначале обрабатываются и запоминаются данные, относящиеся к активным элементам, присутствующим в тексте, а затем этим данным приписываются конкретные значения. На этой основе идет осмысление скрытых, не описанных в тексте связей и свойств рассмотренных объектов. В процессе этого активируется прошлый опыт, содержащий представления об объектах, фактах и связях между ними как в вербальной, так и в образной форме. Хранящаяся в памяти информация входит в состав некоторых структур, образующих комплексы ассоциированных образов и понятий.

Процессы обработки поступающей информации и понимания идут параллельно. В итоге формируется образ ситуации, который собирает и поставляет всю информацию для полного понимания текста. Конструирование модели возможно только на основе структурного анализа и синтеза, обеспечивающих выявление на различных уровнях значимых структурных единиц, а также способов, с помощью которых они могут быть объединены в более сложные образования. В процессе осмысления текста происходит конструирование ментальной модели ситуации. Обычно она создается на основе нескольких, частично пригодных и уже имеющихся в памяти базовых образов путем их трансформации или объединения. Понимание в общем случае всегда связано с переводом информации из одной внешней системы кодирования во внутреннюю. При этом роль внутренней системы кодирования играет множество базовых образов. Ее формирование в процессе обучения или иной деятельности представляет самостоятельную методическую проблему. Чем сложнее задача, тем большее число ключевых элементов должно быть задействовано в ее ментальной модели. Если количество элементов, необходимых для представления задачи, превышает некоторый порог, названный В. Н. Дружининым [13] «когнитивным ресурсом», субъект не способен построить адекватную модель задачи. Она обязательно будет неполной в каких-либо существенных деталях.

Процесс конструирования полного представления прекращается, как только структура модели становится внутренне непротиворечивой и адекватной обрабатываемому тексту. Качество ментальной модели определяют два фактора. Первый — наличие у субъекта развитого набора элементарных базовых образов. Второй — сформированность деятельности по манипулированию этими элементами. Оба фактора непосредственно связаны со «способностью извлекать из потоков текущей информации значимые инварианты, в том числе инварианты высокой степени тонкости и абстрактности, способностью избирательно оперировать..., четко отделяя их от сопутствующих несущественных деталей, свойств и отношений» [3]. Эта способность, по мнению Н. И. Чуприковой, является сущностью интеллекта.

Ментальные образы объектов делятся на два типа: репродуктивные и образы воображения. Репродуктивные или визуальные образы — это образы, связанные с памятью. Экспериментальные исследования показывают, что визуальные образы и образы воображения (воспроизведенные и мысленно генерируемые) по сложности формы и структуры эквивалентны реальным перцептивным образам. Образы воображения создаются на основе текстового описания, изображения, схемы, формул или других знаков. Их формирование в процессе осмысления протекает под влиянием контекста, т. е. тех внутренних связей или условий, которые прямо в тексте не описаны, но неявно присутствуют. Понимание текста и контекста задачи также важно, как и создание образных представлений рассмотренных физических процессов. Если этого нет, то ход и последовательность решения задачи будут формироваться в условиях неопределенности или отсутствия исходных данных. Мышление не терпит неопределенности, и отсутствующие связи обязательно будут замещены ложной, противоречащей тексту информацией. Этот механизм замещения по своей природе является ассоциативным. Часто возникает парадоксальная ситуация: студент правильно решил задачу, но не ту, которая была ему предложена, а другую, сформированную им самим при чтении текста этой задачи. Обычно причиной такой подмены является поверхностная смысловая обработка условия. Модель при этом строится на основе шаблонов и штампов, формирующихся во время обучения, при чрезмерном увлечении решением так называемых типовых или стандартных задач. Осознание этого студентом обычно возникает лишь в процессе коллективного анализа предъявленного решения.

Таким образом, фундаментом решения задачи является не сам ее текст, а та ментальная модель, которая создается на его основе. Для формирования ментального представления необходимо, чтобы учащийся обладал определенным перцептивным опытом и определенным невербальным знанием о рассматриваемых в тексте объектах или явлениях. Образ ситуации, являющийся результатом интерпретирующего процесса, образует основу для дальнейших когнитивных операций, направленных на достижение целей, обозначенных в задаче. Процесс его создания является самым значимым и трудоемким в решении задачи. Успешные учащиеся больше всего времени тратят на осмысление условия задачи, формирование представления о ситуации и планирование решения, и очень мало — на саму процедуру решения [14]. Оба рассмотренных процесса обработки текста и построения ментальной модели взаимосвязаны, но хронологически первый предшествует второму, а второй является причинно обусловленным следствием первого. Но если в процессе смысловой обработки текста задачи основной операцией является анализ, то при формировании ментальной модели ситуации или образа физических явлений, рассмотренных в задаче, основным когнитивным действием является синтез. Объединение отдельных ментальных представлений или деталей образа, даваемых разрозненными пропозициями текста, создает основу для конструирования целого, связывающего его части. Информации, содержащейся в тексте задачи, конечно, явно недостаточно для воссоздания образа описанной физической ситуации. Он должен быть дополнен деталями, введенными субъектом на основе предположений, так или иначе связанных с имеющимся перцептивным опытом и знаниями. Только это устраняет начальную субъективную неопределенность информации и обеспечивает ее объективную полноту, достаточную для начала поиска и выбора нужного способа решения задачи.

Обучение физике в вузе можно рассматривать как когнитивный процесс формирования репрезентаций (отражений) физических явлений и объектов, а также связей между ними в сознании изучающего субъекта. Понятие репрезентации, являющееся одним из основных в когнитивной психологии, было предложено М. Айзенком. Он разделял репрезентации на внешние (картины, схемы, графики, текст и т. д.) и внутренние. Внутренние репрезентации отражают определенные черты окружающей среды и формируются в результате субъективного отражения реальности.

Репрезентации представляют собой механизм кодирования когнитивной информации, перерабатываемой человеком. Мыслительная деятельность осуществляется в двух основных формах — образной и вербальной. Первая предназначена для сугубо внутреннего использования, вторая несет социальный отпечаток и может быть адекватно использована лишь после калибровки имеющихся терминов. Эти две формы мышления опираются на различающиеся способы переработки и хранения информации [15]. В теории двойного кодирования А. Пэвио [16] образный и вербальный способы обработки информации рассмотрены в качестве двух основных систем репрезентаций. Каждая из них специализируется на переработке, хранении, организации и воспроизведении принципиально различающихся типов информации. В невербальной системе информация и объекты хранятся как интегральные образы, которые не могут быть разделены на отдельные элементы. В вербальной или символьной системе информация имеет визуальные и фонематические признаки. Согласно этой теории переработка и использование информации идет на трех уровнях. На первом образы и символы (слова) активируются соответствующими объектами. На втором уровне образы и символы (слова) взаимно активируют друг друга. На третьем ассоциативном уровне происходит активация одних образов другими образами и одних символов (слов) — другими символами (словами). В целом мыслительный процесс опирается либо на образные элементы, либо на вербальные. Применение этого вывода теории двойного кодирования к преподаванию физики позволяет сделать следующий вывод. Перцептивная информация конкретных экспериментальных наблюдений физических процессов обрабатывается в рамках образной системы кодирования, а словесное или символьное описание абстрактной физической модели — в рамках вербальной. В процессе академического изучения физического объекта формируется физическая модель, которая объединяет в себе его образную и вербальную составляющие. Причем, если вербальная репрезентация в рамках академического обучения является элементом общественного знания и достаточно однозначно определена, то образная несет на себе значительный отпечаток субъективного опыта и, в отличие от вербальной, не является однозначно определенной. Фактически весь процесс обучения направлен на калибровку и взаимное согласование общепринятых понятий, являющихся элементами вербальной репрезентационной системы. Формирование же образной системы чаще происходит стихийно, как случайный продукт процесса обучения.

Различия в восприятии и воспроизведении образной и вербальной информации связаны с тем, что она по-разному обрабатывается левым и правым полушариями. Левое полушарие реализует логические процедуры, анализ грамматических конструкций, численный счет, а правое полушарие — целостный охват наблюдаемого образа, понимание метафор и др. Это делает все используемое знание очень неоднородным и неравноценным. В ходе исследований по проблемам методологии науки было предложено различать явные и неявные знания. Впервые это было сделано известным химиком и философом М. Полани в 1958 году. Он исходил из существования двух типов знания: центрального, или главного, и периферического, неявного, скрытого. Явное знание — это знание, содержание которого выражено четко, детали которого могут быть записаны и сохранены. Неявное или мысленное знание основано на индивидуальном опыте. Это делает его трудным для записи и хранения. Обе формы знания возникают изначально как индивидуальное знание. В ряде исследований, в том числе по проблеме искусственного интеллекта, эти разновидности знания были названы артикулируемыми и неартикулируемыми. Артикулируемая часть знания относительно легко поддается превращению в информацию, которая может быть передана от учителя к ученику с помощью учебных текстов, графических изображений и других средств.

Эмпирическую основу неартикулируемого, или неявного, знания образуют неосознанные ощущения. Полной осознанности их, по М. Полани, быть не может — «человек знает больше, чем может сказать». Этот скрытый или неявный элемент познавательной активности субъекта рассматривался как необходимое основание логических форм знания. В процессе познания оба типа знания находятся в отношении дополнительности. Разделение знания на две части весьма условно. Неявное знание с трудом поддается не только алгоритмизации, но и простейшей вербализации. Неявное знание, проявляющееся в различных познавательных актах, неоднородно по своей сути и всегда связано с личным опытом. Эта часть знания охватывает умения, навыки, интуитивные образы и другие формы личностного опыта, которые могут быть получены лишь в ходе самостоятельной деятельности по решению практических задач. Неявное знание многослойно. Условно можно выделить три основных его уровня: семантический, процедурный и физический. Семантический уровень составляет та часть личностного знания, которая ассоциирована с любым используемым понятием или термином. В использовании терминов в их прямом значении, отмечает М. Полани, всегда есть семантическая неопределенность: любой термин всегда нагружен неявным, личностным знанием. Для адекватного понимания смысла термина необходимо реконструировать теоретический контекст его употребления. С другой стороны, это то, что проявляется при уяснении смысла метафорических образов или терминов, заключенных в кавычки, т. е. употребленных в переносном смысле. Неявные знания семантического уровня коренным образом влияют на понимание, прежде всего, информации, представленной в текстовой форме. С этой точки зрения лабораторный физический практикум, расширенный учебно-исследовательскими работами студентов, должен оказывать большое влияние на их успешность в осмыслении текстов физических задач.

На процедурном уровне представлены структуры знаний, являющихся сложными отображениями пар «условие–действие». Они представляют собой очень важный личностный компонент знания, который принято называть опытом или интуицией.

Физический уровень составляют неявные знания об окружающем мире. Они связаны с мысленными образами явлений внешнего мира, сформировавшимися на основе личного опыта и фактов. Образы физических процессов, явлений и объектов связаны с ассоциациями, обусловленными субъективными представлениями об этих процессах. Множество неосознаваемых характеристик, реальных и ассоциированных связей создают основу, на которой формируется мысленный или ментальный образ физического объекта.

5. ИНФОРМАЦИОННЫЕ СХЕМЫ И КОГНИТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ

Формирование репрезентаций физических явлений и процессов происходит на основе когнитивных схем восприятия. На формирование в процессе обучения обобщенных схем мышления указывал П. Я. Гальперин. Конкретные знания о фактах и законах должны усваиваться на основе этих общих схем. Формирование психологических когнитивных структур должно быть признано главной задачей обучения. Под когнитивными структурами понимают внутренние относительно стабильные психологические системы представления знаний, которые также являются системами извлечения и анализа текущей информации. Когнитивные структуры образуют складывающуюся в процессе обучения стабильную основу динамических процессов анализа, синтеза, абстракции и обобщения. Когнитивные структуры, репрезентирующие физические знания, являются сложными. В них схематически обобщены основные физические явления, свойства объектов, способы их изменения, физические законы и т. д. Информация из окружающего мира извлекается, используется и запоминается субъектом в той мере, в которой это позволяют имеющиеся когнитивные структуры. Эти структуры являются, по сути, штампами, инвариантами, предназначенными для узнавания в окружающем мире известных его элементов и причинно-следственных связей между ними. В процессе обучения развитие когнитивных структур идет по линии их усложнения, по линии роста их иерархической организации и подчиняется одному из наиболее общих законов — закону системной дифференциации [2]. Он состоит в том, что более развитые и иерархически упорядоченные когнитивные структуры, допускающие глубокий гибкий анализ и синтез действительности, развиваются из более простых, глобальных или плохо расчлененных структур путем их постепенной дифференциации. Так как дифференциация может происходить многократно, развитие когнитивных структур схематически может быть описано ветвящейся структурой. Это наиболее явно прослеживается на примере усложнения описания тела в курсе физической механики: от модели материальной точки, лишенной какой бы то ни было структуры, к системе невзаимодействующих, затем взаимодействующих материальных точек, а далее — к моделям абсолютно твердых и деформируемых тел.

Все учебные физические задачи имеют одну общую особенность: их объекты структурированы и обладают системными признаками. На стадии формирования образа объекта задачи студент осуществляет рефлексивный (по Г. П. Щедровицкому) переход к его описанию как системы. При этом разграничиваются уровни его строения, их структуры, межуровневые отношения и связи. Формирующийся образ физического явления или объекта не обязательно имеет визуальную модальность, но представление о нем как о совокупности взаимодействующих элементов возникает на основе обобщенно-абстрактной репрезентации, называемой когнитивной схемой или структурой.

Понятие информационных схем, как элементов когнитивной структуры, впервые было введено Пиаже. Они определяют способ взаимодействия индивида с окружающей средой. Под когнитивными структурами понимают внутренние относительно стабильные психологические системы представления знаний, которые также являются системами извлечения, обработки и анализа текущей информации. Когнитивные структуры образуют складывающуюся в процессе обучения стабильную основу динамических процессов анализа, синтеза, абстракции и обобщения. Качество взаимодействия со средой, качество обработки информации и, соответственно, реакция на внешние стимулы, определяется составом и сложностью когнитивных структур. Их формирование и усложнение составляет суть процесса интеллектуального, или когнитивного, развития. Формирование и развитие когнитивных структур происходит лишь в условиях когнитивного дисбаланса, т. е. при наличии определенных противоречий между воздействиями внешней среды и когнитивными структурами, позволяющими их анализировать. Такие ситуации возникают или в практической деятельности, или в процессе специально организованного профессионального обучения. В рамках академического обучения формирование когнитивных структур происходит в следующей последовательности. Вначале — научение декларативному знанию. Затем, после достаточно многократного использования декларативного знания в практических задачах и упражнениях, — преобразование его в процедурное. Количество повторений, или количество практики (тренировки) использования этих процедур, P влияет на время их выполнения T. Эта зависимость является степенной $T = \alpha \cdot P^{-\beta}$ (числа α и β — экспериментально определяемые параметры [14]). Считается, что после выполнения какого-то количества специально подобранных упражнений учащийся приобретает навык в решении задач этого типа. Частое решение схожих задач, отличающихся друг от друга лишь деталями, формирует обобщенное восприятие этих задач и способствует стратегическому научению и организации решения задач и проблем этого типа. Полагают, что после усвоения общей структуры решения класса задач по конкретной теме и на применение конкретных законов формируются общие методы их решения. Усвоенные ранее операции выстраиваются в строгую систему, которую можно рассматривать как предписание алгоритмического типа для решения задач по определенным темам. В дальнейшем происходит обобщение алгоритмических предписаний для решения любых задач. Измерить сложность и развитость сети когнитивных структур индивида можно по восприятию, качеству и времени решения различных учебных задач.

6. ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Когнитивные структуры, репрезентирующие физические знания, являются сложными. В них схематически обобщены основные явления, свойства объектов, способы их изменения, физические законы и т. д. Они представляют собой обобщенные физические модели, описывающие реальные материальные объекты и их взаимодействия между собой и внешней средой [4]. Их формирование происходит в результате академического обучения и в процессе практической деятельности. В первом случае они возникают в результате научных исследований и являются элементами общественного совокупного знания. Во втором случае их ценность ограничена внутренним планом субъекта, а значение — лишь теми частными практическими задачами, для которых они предназначены.

Конкретная физическая модель возникает при наделении сложной когнитивной структуры частными признаками рассматриваемой задачи. В сознании модель представлена достаточно грубым отражением действительности, однако при необходимости может быть детально прописана. Модель имеет минимально необходимую для решения задачи полноту. Физическая модель объекта удовлетворяет определенным условиям и имеет ряд признаков, отличающих ее от ментального образа.

1. Состояние модели может быть описано набором измеряемых параметров, называемых физическими величинами (метрические свойства модели).

2. Изменения параметров или характеристик модели, описываемые физическими законами или их следствиями, возможны лишь в результате взаимодействия ее составных частей друг с другом и с внешней средой (детерминизм изменений и динамические характеристики модели).

3. В модели зафиксированы собственные пространственные свойства и отношения с другими телами (пространственные характеристики модели).

4. Модель имеет определенную структуру, сложность которой адекватна сложности ментального образа решаемой задачи (дифференциальные свойства модели).

5. Модель отражает системные свойства объекта, т. е. сама является элементом другой, более сложной системы (интегральные свойства модели).

Оперирование физическими моделями и отношениями между ними предполагает развитое пространственное мышление. Любые сложные физические модели в процессе решения формируются либо из ментального образа, созданного на основе условия задачи, либо из простых базовых физических моделей в результате их пространственных и структурных преобразований, трансформации и объединения. Этот процесс усложнения используемых моделей при изучении физики должен соответствовать закону системной дифференциации [2]. Обучение, как и развитие в целом, всегда идет в направлении от объектов меньшей дифференцированности к объектам большей дифференцированности.

Математическая связь между физическими величинами и их изменениями составляет суть математической модели, которая может быть исследована как аналитически, так и численно. В процессе решения учебной задачи этот этап возможен лишь после формирования ментального образа ситуации, его возможной трансформации и упрощения и последующего создания физической модели. Ограничение преподавания только описанием и анализом математических моделей существенно обедняет курс физики.

Формирование образов физических объектов в процессе осмысления протекает под влиянием контекста. На этом этапе решения задачи образное мышление становится особенно важным. Оно проявляется в анализе отдельных элементов модели и в неявном учете их ассоциативных связей с другими признаками, в том числе не поддающимися непосредственному наблюдению. Чем сложнее задача, тем большее число ключевых элементов должно быть задействовано в ее ментальной модели.

Направленность самых первых действий студента при решении задачи определяется, во многом, наличием у него образного представления о рассматриваемом физическом явлении. При его отсутствии решение задачи, обычно неправильное, строится на основе формул, использование которых основано на ассоциациях по внешним, формальным признакам. При наличии мысленного образа задачи внутренняя репрезентация физического процесса, явления или объекта, образующаяся при решении, очень субъективна. Она окрашена у разных учащихся ассоциациями, обусловленными литературными сведениями и накопленным личным опытом. Ее сложность и адекватность действительности определяется возрастными особенностями учащихся. Школьники 10-х классов и студенты 2-го курса технических специальностей физические задачи решают по-разному. Но у большинства учащихся с развитым пространственным и образным мышлением решение появляется в форме инсайта (внезапного осознания связей между элементами задачи). Самым поразительным в этот момент является стремительный процесс перехода учащегося из состояния непонимания сути задачи к состоянию полной ясности условия и решения. Неожиданно возникшее решение задачи, или по представлению К. Г. Юнга, «спонтанность мыслительного акта связана, в основном, с бессознательным». Интуиция, являющаяся отражением неосознаваемого личного опыта, тесно связана с образным мышлением и играет значительную роль в формировании стратегии и плана решения задачи.

7. МЕТОДИКА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В процессе решения задачи для достижения требуемого результата учащийся совершает ряд мыслительных операций, в первую очередь, над информацией, содержащейся в условии задачи. Уровень развития формального мышления студентов должен позволить при анализе и осмыслении текста задач замещать конкретные предложения и отношения между ними символами, которые обычно используются в логике. Благодаря этому появляется возможность составлять разнообразные комбинации предложений, описывающих объекты, модели и отношения между ними, определять их истинность или ложность, исключать ложные гипотезы и конструировать объяснения физических явлений. Это делает работу студента по осмыслению текста задачи особенно важной. По форме организации она может быть самостоятельной (устной или письменной) или групповой, выполняемой под контролем преподавателя.

Целесообразно работу над текстом задачи выполнять в следующей последовательности:

1. Выявление в тексте ключевых слов, понятий и терминов, их анализ и толкование.

2. Анализ связей между понятиями: часть–целое, род–вид, причина–следствие, антонимы–синонимы.

3. Выделение основной и второстепенной информации в тексте.

4. Определение функционально-смысловой структуры задачи:

- определение основного (активного) объекта, описание его признаков;
- выявление его структурных подсистем;
- определение его надсистем;
- описание взаимодействия рассматриваемого объекта с другими;
- описание функций объекта;
- выявление известной информации об объекте и неизвестной, подлежащей определению;

- использование формальной логики и мышления для получения новой дополнительной информации на основе известной.

5. Формирование физической модели объекта или процесса, рассмотренного в задаче, как идеального образа, наделенного совокупностью конкретных признаков (перечисление):

- представление о пространственном положении модели относительно окружения;
- анализ структуры физической модели объекта;
- разбор отличий образа модели от реального объекта;
- определение условий существования этой модели;
- трансформация физической модели при изменении условий задачи.

6. Морфологический анализ задачи:

- формирование морфологической таблицы, в которой по вертикали располагают составные части объекта или объектов и их действия, а по горизонтали — всевозможные варианты этих составных частей или их действий;
- возможные изменения условия задачи при неизменности физической модели объекта.

Мыслительный процесс, результатом которого является достижение цели задачи, представлен конкретными действиями, составляющими основное содержание метода или способа решения задач. Механизм решения сводится к расчленению задачи на множество подзадач, нахождение необходимой информации и выбор приемлемого метода решения. По структуре действий в процессе решения задачи могут быть разделены на два класса: задачи на нахождение и задачи на доказательство. Первый класс предполагает нахождение неизвестного объекта, заданного определенным образом исходным условием и исходными данными. Решение задач этой группы определяется как деятельность по отысканию объекта или его характеристик. В задачах на доказательство решение — это процесс подтверждения истинности последовательности умозаключений, связывающих исходные логические посылки с заключением. В них для построения логических выводов используются методы формальной логики.

Методы решения задач можно классифицировать по направлению совершаемых мыслительных действий. Основными действиями в процессе решения задач являются логические — анализ и синтез, поэтому в теории обучения физике все методы решения задач делят на аналитические, синтетические и аналитико-синтетические.

Аналитический метод предполагает построение решения через анализ исходных данных, описанных в условии задачи, и теоретических знаний, известных студенту. При этом процесс решения может быть разбит на отдельные процедуры, характеризующие отдельные свойства физического объекта задачи. Задача, решаемая аналитическим методом, всегда может быть представлена как задача о взаимодействии объекта и внешней среды. Подобный подход к формированию решения предполагает их системное описание. Ход решения в рамках этого метода основан на анализе этих взаимодействий и анализе текста условия задачи, но анализ физической ситуации задачи всегда будет вторичным по отношению к анализу текста условия. Внешняя среда и объект задачи образуют систему, внутренние связи которой могут изменяться качественно и количественно. Как правило, аналитическое построение решения осуществляют на основе констатации постоянства каких-то характеристик или выполнения каких-то известных соотношений. Типичными примерами, иллюстрирующими этот метод, являются решения задач на использование аксиом (законов) Ньютона, интегралов движения (импульс, механическая энергия, момент импульса) или любых других величин, остающихся инвариантами в условиях рассматриваемой задачи. Применение этого метода предполагает знание студентом основных базовых моделей физических объектов задачи и аналитических соотношений, характеризующих их. Совокупность моделей образует иерархическую по степени сложности последовательность. В решении задачи необходимо следовать принципу минимально необходимой сложности модели.

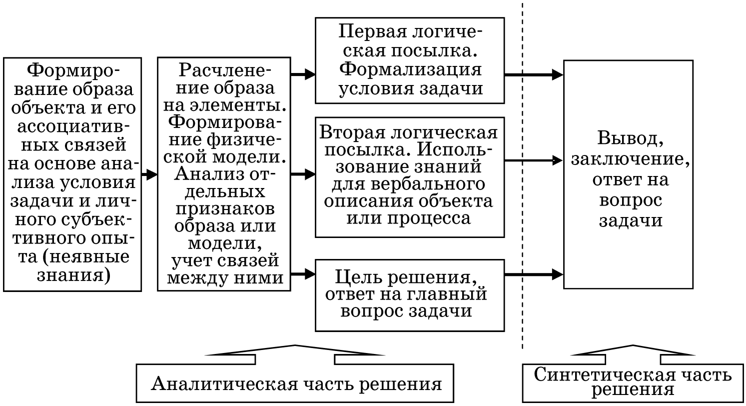


Рис. 2

Если после анализа текста условия и построения модели исходная задача распадается на более простые подзадачи, то итоговое решение получают в результате синтеза решений отдельных подзадач. Примером такого синтетического метода решения является использование принципа суперпозиции или принципа независимости действия сил. Решение сложных задач, содержащих большое количество элементов и связей между ними, целесообразно решать на основе аналитико-синтетического подхода. Формируемая при этом последовательность действий и процедур схематично изображена на рисунке 2.

8. МЕТОД ОБРАЗНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Начальная стадия решения любой физической задачи в условиях субъективной неопределенности — эвристическая. На ней происходит формирование образа ситуации, описанной в условии, и физической модели рассматриваемого процесса, явления или объекта. Это то, что обычно называют осмыслением. Оно сопровождается формированием интегрального образа задачи, его последующим расчленением на составляющие элементы и осознанием внутренних связей между ними. Однако для решения обычно

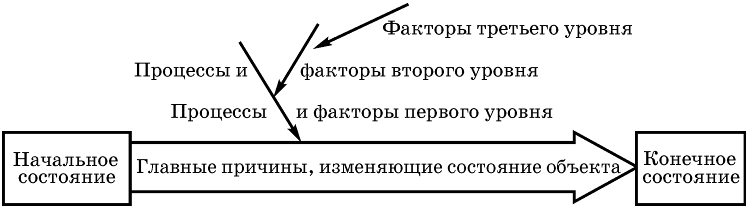


Рис. 3

этого бывает недостаточно. Необходимо осмысление и сравнительный анализ внутренних связей и факторов в процессе их динамического влияния на состояние образа или модели в целом. Все это составляет основу метода образного динамического моделирования.

Анализ структуры задачи и ее динамической информационной модели возможен на основе подхода, отчасти напоминающего диаграммы Исикавы («дерево целей», «рыбий скелет» и т. д.). Это практичный инструмент для описания основных факторов и процессов, влияющих на конечный результат. Он позволяет структурировать условие задачи и определить последовательность планируемых в решении взаимосвязанных действий. В применении к решению физических задач метод диаграмм должен быть модифицирован. Важным является фиксация начального состояния объекта и процессов, способных его изменить. Метод используют в следующей последовательности (рис. 3):

- описание начального и конечного состояния объекта;
- описание главных причин изменения состояния объекта или системы;
- определение условий и критерия их существования;
- распределение факторов и процессов по причинно-следственным группам;
- описание процессов или факторов первого уровня;
- описание процессов или факторов второго уровня;
- ... и т. д.;
- анализ получившейся диаграммы.

В качестве примера использования метода образного динамического моделирования рассмотрим решение следующей задачи (№ 1.179, [18]):

Однородный шарик радиуса R и массы m помещен на наклонную плоскость с углом α при основании. При каких значениях коэффициента трения k шарик будет скатываться без скольжения?

Процедура решения начинается с конструирования (1) ментального образа процессов, описанных в условии задачи. Затем следует их структурный анализ, выявление внутренних причинно-следственных связей и формирование физической модели (2). На заключительной стадии (3) создается математическая модель, позволяющая получить решение задачи. Математическая модель и детали решения существенно зависят от вида первичного или базового образа процессов задачи. Детально рассмотрим каждый пункт этого плана.

1. Первоначально идеализированный образ ситуации достаточно прост, но он усложняется в процессе динамического построения. В основе построения — базовый набор уже сформированных образных элементов, имеющихся в долговременной памяти. Метод построения — гипотетико-дедуктивный. На каждом шаге конструируемая на основе предположения или гипотезы модель сравнивается с описанием в тексте. При обнаружении противоречий она корректируется, усложняется и приобретает дополнительные признаки.

1-й шаг. Шарик скользит по наклонной плоскости. Его траектория — прямая линия.

2-й шаг. После сравнения с текстом — уточнение: шарик катится. Базовый образ — катящийся шарик, движение которого представимо суммой поступательного движения и его вращения вокруг геометрического центра. Но модель по-прежнему противоречива, так как неопределенным является количественное соотношение между характеристиками скольжения и вращения. Поэтому — назад к тексту.

3-й шаг. После уточнения — проскальзывания нет. Вывод: линейная скорость поверхностных точек шарика на линии его касания с плоскостью равна скорости поступательного движения его центра. Окончательным результатом такого построения является следующая образная модель.

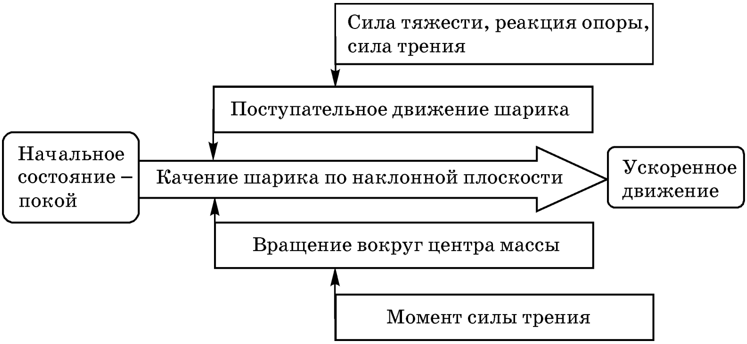


Рис. 4

Шарик неизменного радиуса является однородным телом, и его центр масс совпадает с геометрическим центром. Траектория движения центра — прямая линия, параллельная наклонной плоскости. Шарик одновременно движется поступательно и вращается. Но так как проскальзывания нет, то траектория его поверхностной точки, лежащей на линии касания с плоскостью, является циклоидой.

2. На второй стадии проводим причинно-следственный анализ модели (рис. 4). Движение шарика обусловлено действием сил тяжести, реакции опоры и трения. Трением качения пренебрегаем. В соответствии с принципом независимости действия сил результирующее движение шарика (качение) может быть представлено суммой поступательного движения центра масс, обусловленного силой тяжести, реакцией опоры и трением, и его вращения вокруг геометрического центра под действием момента единственной силы — силы трения. Структурная модель задачи может быть изображена в следующем виде.

При отсутствии проскальзывания линейная скорость поверхностных точек шарика, касающихся плоскости, должна быть равна скорости поступательного движения его центра. Такое же утверждение справедливо и для ускорений: ускорение движения a центра равно тангенциальному ускорению a_τ поверхностных точек шарика, касающихся плоскости и вращающихся вокруг геометрического центра.

3. Уравнения поступательного движения шарика и его вращения около геометрического центра запишем в следующем виде:

$$\begin{cases} ma = mg \cdot \sin\alpha - F_{\text{ТР}}, \\ J\varepsilon_1 = F_{\text{ТР}} \cdot R. \end{cases}$$

В этой системе уравнений g — ускорение свободного падения; J — момент инерции шарика; $F_{\text{ТР}}$ — сила трения, которая при отсутствии проскальзывания не превышает своего максимального значения $F_{\text{ТР}} \leqslant kN = k \cdot mg \cdot \cos\alpha$; ε_1 — угловое ускорение вращения точек шарика, связанное с тангенциальным ускорением a_τ его поверхностных точек на линии касания

$$\varepsilon_1 = \frac{a_\tau}{R}.$$

Учитывая, что момент инерции шара

$$J = \frac{2}{5} \cdot mR^2,$$

а тангенциальная составляющая ускорения поверхностных точек равна ускорению поступательного движения центра $a = a_\tau$, получим ответ на вопрос задачи: качение шарика по наклонной плоскости без проскальзывания возможно при превышении коэффициентом трения некоторого минимального значения

$$k \geqslant \frac{2}{7} \cdot \operatorname{tg}\alpha.$$

Рассмотренная задача имеет другое решение, базирующееся на иных образных моделях. Рассмотрим качение шарика по наклонной плоскости как совокупность двух вращательных движений. Первое — вращение шарика около своего геометрического центра O с угловым ускорением ε_1 под действием момента силы трения $M_{\text{ТР}} = F_{\text{ТР}} \cdot R$, второе — его вращение вокруг мгновенного центра A с угловым ускорением ε_2 под действием только момента силы тяжести $M = mg \cdot \sin\alpha \cdot R$ (рис. 5).

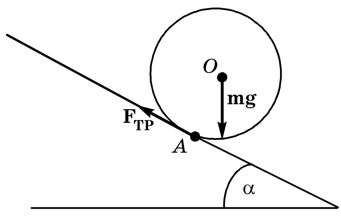


Рис. 5

В уравнениях движения

$$\begin{cases} M_{\text{ТР}} = \varepsilon_1 \cdot J_0, \\ M = \varepsilon_2 \cdot J_A \end{cases}$$

момент инерции шара J_{A} относительно точки A, в соответствии с теоремой Штейнера, связан с главным моментом инерции шара относительно его центра O следующим равенством:

$$J_{\text{A}} = J_0 + mR^2.$$

При отсутствии проскальзывания $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Из записанных уравнений при условии ограничения силы трения получим тот же результат

$$k \geqslant \frac{2}{7} \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

9. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования второго поколения (2000...2005) большинства технических специальностей предписывают изучение физики в объеме 400 часов, из которых первая половина предназначена для аудиторной работы с преподавателем, а вторая — для самостоятельной работы студентов по программе дисциплины. Из аудиторного фонда учебного времени на первую часть курса (физическая механика и молекулярная физика) для большинства кафедр физики технических вузов приходится около 68–72 часов, т. е. по две пары часов аудиторных занятий в неделю при средней продолжительности семестра 17–18 недель. Из этих двух пар в неделю, как правило, одна пара — лекции по теоретической части курса, а вторая — лабораторный практикум и практические занятия по решению задач. На решение задач обычно выделяют 16–18 часов в семестр. При таком бюджете времени рекомендуемый семестровый план практических занятий по решению задач и его наполнение фактическим материалом выглядит следующим образом (табл. 1).

Таблица 1

План практических занятий по решению задач и его наполнение фактическим материалом

№ занятия	Вопросы практического занятия. Основные дидактические единицы	Час	Неделя семинара	Содержание занятия	Итоговый суммарный рейтинг идеального студента
1	2	3	4	5	6
1	1.1. Система отсчета. Радиус-вектор. Траектория. Путь и перемещение. Скорость и ускорение частицы. Кинематические уравнения 1.2. Движение тел по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения 1.3. Закон сложения скоростей	2	I	Контрольная работа № 1 Таблица 1 Задачи № 1–30	3
2	2.1. Динамика. Импульс и сила. Постулаты Ньютона 2.2. Закон всемирного тяготения. Движение тел в гравитационном поле. Законы Кеплера. I космическая скорость 2.3. Закон Гука 2.4. Силы трения 2.5. Движение тел переменной массы 2.6. Энергия. Механическая работа. Мощность	2	III	Контрольная работа № 1 Таблица 1 Задачи № 31–70	7
3	3.1. Импульс. Закон сохранения импульса. Центр масс. Уравнение движения центра масс системы тел 3.2. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Работа при перемещении тела в потенциальном поле. Закон сохранения энергии в механике 3.3. Неупругие и упругие соударения шаров	2	V	Итоговый зачет и выставление оценок по контрольной работе № 1 Контрольная работа № 2 Таблица 2 Задачи № 1–30	10

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6
4	4.1. Момент силы. Равновесие тел относительно оси вращения 4.2. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса для систем материальных точек. Поступательное и вращательное движения 4.3. Момент инерции. Теорема Штейнера 4.4. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела 4.5. Кинетическая энергия вращающегося тела	2	VII	Контрольная работа № 2 Таблица 2 Задачи № 31–60	13
5	5.1. Математический, пружинный и физический маятники. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний системы с одной степенью свободы. Изображение колебаний на фазовой плоскости 5.2. Затухающие колебания. Добротность. Вынужденные колебания. Резонанс. Резонансная кривая 5.3. Уравнение волны. Механические волны. Скорость звука, ее зависимость от упругих свойств среды. Стоячие волны	2	IX	Задачи № 61–80 Итоговый зачет и выставление оценок по контрольной работе № 2	15
6	6.1. Молекулярно-кинетическая теория. Молекулярное строение вещества. Агрегатные состояния 6.2. Идеальный газ. Законы идеального газа. Объединенный газовый закон. Уравнение Менделеева–Клапейрона. Изопроцессы 6.3. Давление газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории 6.4. Степени свободы и структура молекул. Классическая теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы молекулы 6.5. Внутренняя энергия и температура газа	2	XI	Контрольная работа № 3 Таблица 3 Задачи № 1–30	18

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6
7	7.1. Работа и количество теплоты в различных процессах. Первое начало термодинамики 7.2. Классическая теория теплоемкости идеального газа. Уравнение Майера 7.3. Адиабатный процесс. Уравнение адиабаты. Коэффициент Пуассона 7.4. Тепловые двигатели. Цикл Карно. Теорема о наибольшем коэффициенте полезного действия теплового двигателя	2	XIII	Контрольная работа № 3 Таблица 3 Задачи № 31–70	22
8	8.1. Распределение молекул газа по скоростям (распределение Максвелла). Наивероятнейшая, средняя и среднеквадратичная скорости 8.2. Барометрическая формула 8.3. Необратимые процессы. Энтропия. Второй закон термодинамики. Неравенство Клаузиуса 8.4. Явления переноса. Средняя длина свободного пробега, сечение молекулы	2	XV	Контрольная работа № 3 Таблица 3 Задачи № 71–90 Итоговый зачет и выставление оценок по контрольной работе № 3	24
9	9.1. Диффузия. Коэффициент диффузии 9.2. Внутреннее трение. Теплопроводность газов. Коэффициент теплопроводности	2	XVII	Итоговый зачет и выставление оценок по решению задач	24

Следует отметить малую эффективность публичной работы студентов у доски с мелом в руках. Однако заметим, что такая картина — далеко не редкость в сегодняшних учебных аудиториях. Практические занятия по решению задач должны быть организованы с наибольшим акцентом на самостоятельность работы студента, если это, конечно, позволяет аудитория. Преподаватель во время занятий, в худшем случае, должен лишь консультировать по вопросам, представляющим определенную трудность в изучении, в лучшем случае — организовать процесс работы так, чтобы он был нацелен на полное усвоение учебного материала.

Образовательная технология полного усвоения считается одним из значимых изобретений в мировой образовательной практике [17]. Реализация технологии полного усвоения предполагает выполнение следующих шагов:

1) четкое определение эталона полного усвоения;

2) разбиение изучаемого материала на дидактические единицы;

3) обучение по каждой из дидактических единиц в направлении полного усвоения;

4) оценка полноты усвоения;

5) проведение при необходимости коррекционной работы.

В европейской и американской высшей школе большое распространение получила конкретизация этой технологии, названная планом Келлера. Он разрабатывался в 1963–1964 годах группой американских и бразильских преподавателей под руководством Ф. С. Келлера. Работа студентов по этой методике может выглядеть следующим образом. Весь материал, подлежащий изучению и переработке, делится на ряд тематических блоков. Например, в приведенной выше таблице практикум по решению задач разбит на 9 блоков по количеству аудиторных занятий. Каждый блок составлен из задач, содержащих различные дидактические единицы, подлежащие изучению. Решение каждой задачи предложенных контрольных работ оценивается в виде «зачет–незачет» (ноль или один балл). При достаточном усвоении теоретического материала и грамотном решении задачи ставится оценка «зачет», которая соответствует традиционным «хорошо» или «отлично».

Итоговый рейтинг формируется как результат сложения оценок всех решенных контрольных задач и используется преподавателем для промежуточной аттестации студентов. Если итоговая суммарная оценка результатов любой контрольной работы меньше максимальной на 25% и более, преподаватель предлагает студенту выполнить дополнительный вариант работы.

• II •

ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

1. ПРОГРАММА РАЗДЕЛА «ФИЗИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА» ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

1. Взаимодействия. Основные физические модели: частица (материальная точка), система частиц, абсолютно твердое тело, сплошная среда.

Кинематика. Система отчета. Системы координат. Радиус-вектор. Траектория. Путь и перемещение. Скорость и ускорение частицы. Кинематические уравнения. Движение тел по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения.

Элементы релятивистской механики. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея. Закон сложения скоростей. Постулаты Эйнштейна. Преобразование Лоренца для координат и времени и их следствия.

2. Динамика. Импульс и сила. Законы (аксиомы) Ньютона. Силы в механике. Закон всемирного тяготения. Гравитационная масса. Эквивалентность инертной и гравитационной масс. Движение материальной точки в гравитационном поле. Законы Кеплера. Космические скорости. Упругие силы. Закон Гука. Пластические деформации. Нагрузочные кривые. Силы трения.

Неинерциальные системы отсчета. Описание движения в неинерциальных системах отсчета. Принцип Даламбера. Силы инерции. Центробежная сила и сила Кориолиса.

Движение тел переменной массы. Уравнение Мещерского. Формула Циолковского.

3. Замкнутые и незамкнутые системы тел. Импульс. Закон сохранения импульса в замкнутых системах тел.

Центр масс. Уравнение движения центра масс системы тел. Реактивное движение.

Энергия. Взаимодействия. Механическая работа. Мощность. Кинетическая энергия в классической механике. Теорема об изменении кинетической энергии. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальные поля и их характеристики. Вектор силы и силовая линия. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Эквипотенциальные поверхности. Работа при перемещении тела в потенциальном поле. Закон сохранения энергии в механике.

Элементы теории столкновений. Центральный и нецентральный удар шаров. Неупругий удар. Упругий центральный удар шаров.

Динамика систем материальных точек. Момент силы, момент импульса. Закон сохранения момента импульса для систем материальных точек. Равновесие тел, имеющих ось вращения. Поступательное и вращательное движения. Момент инерции. Теорема Штейнера. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела. Кинетическая энергия сложного движения. Гироскоп. Прецессия.

4. Механические колебания и волны. Простейшие колебательные системы (математический, пружинный и физический маятники). Дифференциальное уравнение гармонических колебаний системы с одной степенью свободы. Изображение колебаний на фазовой плоскости. Сложение гармонических колебаний одного направления и частоты. Сложение гармонических колебаний с близкими частотами. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Фигуры Лиссажу. Интерференция. Дифракция. Поляризация колебаний, различные виды поляризации. Затухающие колебания. Добротность. Вынужденные колебания. Резонанс. Резонансная кривая. Ангармонические колебания. Нелинейный осциллятор. Физические системы, содержащие нелинейность.

Волны. Продольные и поперечные. Уравнение волны. Механические волны. Графическое изображение волны. Волновое число. Дисперсия. Звуковые волны в средах.

Скорость звука, ее зависимость от упругих свойств среды. Интерференция звуковых волн. Стоячие волны.

5. Элементы механики сплошных сред. Кинематическое описание движения жидкости. Уравнения движения и равновесия жидкости. Идеальная жидкость. Стационарное течение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Вязкая жидкость. Силы внутреннего трения. Ламинарный и турбулентный режим течения.

2.
ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

КИНЕМАТИКА

Механическое движение тела — изменение положения тела с течением времени относительно других тел. Материальная точка — тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Материальная точка имеет лишь одну характеристику — массу.

Совокупность часов, тела отсчета и системы координат, связанной с ним, называется системой отсчета. Траектория тела — это линия, вдоль которой оно движется относительно тела отсчета. Вид и форма траектории зависят от выбора системы отсчета.

Радиус-вектор $\vec{r}$ характеризует положение тела (материальной точки) относительно выбранной системы отсчета в данный момент времени. Его длина равна расстоянию от тела отсчета до движущегося тела. Начало вектора совпадает с началом системы координат, а конец вектора — с движущимся телом (рис. 6).

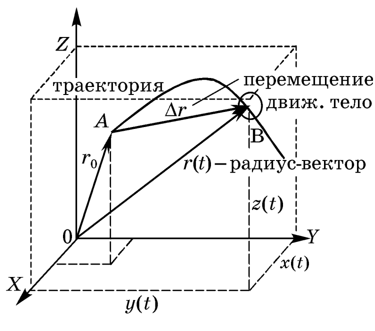


Рис. 6

Зависимость радиус-вектора от времени $\vec{r} = \vec{r}(t)$ называется векторным кинематическим уравнением. Средняя, мгновенная скорости материальной точки и модуль скорости определены следующим образом:

$$\langle\vec{V}\rangle=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},\ \ \vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt},\ \ V=\frac{dS}{dt},$$

где $\Delta\vec{r}=\vec{r}(t)-\vec{r}_0$ — вектор перемещения или изменение радиус-вектора за промежуток времени Δt; dS — путь, пройденный точкой за промежуток времени dt, равный модулю перемещения $|d\vec{r}|=dS$.

Среднее и мгновенное ускорения материальной точки:

$$\langle\vec{a}\rangle=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t},\ \ \vec{a}=\frac{d\vec{V}}{dt}.$$

Полное ускорение при криволинейном движении:

$$\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n,\ \ a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2},$$

где $a_ф= dV/dt$ — тангенциальная составляющая ускорения; $a_n = V^2/R$ — нормальная составляющая ускорения; R — радиус кривизны траектории в данной точке.

Путь и скорость для прямолинейного равнопеременного движения:

$$S = V_0t + at^2/2, V = V_0 + at,$$

где V_0 — начальная скорость тела.

Средняя и мгновенная угловая скорость:

$$\langle\omega\rangle=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t};\ \ \omega=d\omega/dt.$$

Среднее и мгновенное угловое ускорение:

$$\langle\varepsilon\rangle=\frac{\Delta\omega}{\Delta t};\ \ \varepsilon=d\omega/dt.$$

Угловая скорость для равномерного вращательного движения:

$$\omega = \Delta\varphi/t = 2\pi/T = 2\pi n,$$

где $T = t/N$ — период вращения; $n = N/t$ — частота вращения; N — число оборотов, совершаемых телом за время t.

Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2,\ \ \omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$S = \varphi R;\ \ V = \omega R;\ \ a_\tau = \varepsilon R;\ \ a_n = \omega^2 R,$$

где R — расстояние от оси вращения.

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Импульс материальной точки:

$$\vec{p} = m\vec{V}.$$

Второй закон (постулат) Ньютона:

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}.$$

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормальную оси к траектории движения точки при условии постоянства массы тела:

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{dV}{dt};\ \ F_n = ma_n = \frac{mV^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Законы Ньютона сформулированы только для инерциальных систем отсчета. Инерциальные системы отсчета — это такие системы, в которых выполняются законы (постулаты) Ньютона. При переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую инерциальную ускорение тела, а значит и силы, действующие на него, не изменяются. В неинерциальных системах отсчета в уравнениях движения необходимо учитывать действие сил инерции (принцип Даламбера).

Закон всемирного тяготения:

$$F = G\frac{mM}{R^2},$$

где $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н · м^2/кг^2 — гравитационная постоянная; m, M — массы взаимодействующих точек; R — расстояние между ними. Гравитационная постоянная G численно равна силе притяжения двух тел массой 1 кг, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга. С силой гравитационного притяжения тесно связаны такие, как сила тяжести и вес тела. Сила тяжести — это сила, под действием которой тело свободно падает вдоль вертикали с ускорением свободного падения g. Вблизи поверхности Земли силу тяжести тела считают постоянной и равной $F = mg$, где $g = 9{,}8$ м/с^2 — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли. Весом тела называют силу, с которой тело действует на опору (весы). Силы тяжести, веса и реакции опоры тесно связаны между собой. На опору действует вес тела. Под действием веса тела опора деформируется, и возникает сила упругости, действующая на тело и направленная по нормали (перпендикуляру) к плоскости. Эта сила называется силой нормальной реакции опоры на ее деформацию под действием веса тела. Обычно используют краткое название — сила нормальной реакции опоры. В соответствии с III законом Ньютона вес тела и сила реакции опоры равны.

Сила упругости:

$$F_{\text{упр}} = -kx,$$

где x — величина деформации; k — коэффициент упругости.

Механическое напряжение при упругой деформации тела:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F — сила упругости; S — площадь поперечного сечения.

Относительное продольное растяжение (сжатие) или относительная деформация:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl — изменение длины тела при растяжении (сжатии); l — длина тела до деформации.

Закон Гука для деформации растяжения (сжатия):

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E — модуль Юнга.

Сила трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N,$$

где μ — коэффициент трения скольжения; N — сила нормальной реакции опоры.

Сила трения качения:

$$F_{\text{тр}} = f \cdot \frac{N}{\vec{r}},$$

где f — коэффициент трения качения; $\vec{r}$ — радиус катящегося тела.

Сила сопротивления, которую испытывает движущийся в вязкой среде (газ или жидкость) шарик, определяется законом Стокса:

$$F = 6\pi\eta RV,$$

где η — динамическая вязкость жидкости (газа); R — радиус шарика; V — его скорость. Закон Стокса справедлив только для ламинарного движения шарика.

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского):

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{р}},$$

где реактивная сила равна $\vec{F}_{\text{р}} = -\vec{u}\frac{dm}{dt}$ ($\vec{u}$ — скорость истечения газов относительно тела).

Формула Циолковского для определения скорости ракеты:

$$V = u \cdot \ln\frac{m_0}{m},$$

где m_0 — начальная масса ракеты с топливом.

МЕХАНИКА СИСТЕМ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК

Координаты центра масс системы материальных точек:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}; \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

где m_i — масса i-й материальной точки; x_i, y_i, z_i — ее координаты.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы n тел:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{m}_i \vec{V}_i = \text{const},$$

где n — число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Закон сохранения импульса для механической системы из двух тел:

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2'.$$

Скорость центра масс найдем из условия равенства полного или суммарного импульса системы тел и импульса центра масс $\vec{p}_0 = M\vec{V}_C = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \ldots + m_N\vec{V}_N$:

$$\vec{V}_C = \frac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \ldots + m_N\vec{V}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}.$$

Центр масс замкнутой системы тел в инерциальной системе отсчета движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя. Это утверждение часто существенно упрощает решение многих задач.

Работа, совершаемая постоянной силой:

$$A = (\vec{F}, \vec{s}) = F_s \cdot s = F \cdot s \cdot \cos\alpha,$$

где F_s — проекция силы на направление перемещения; α — угол между направлением силы и вектором перемещения.

Работа, совершаемая переменной силой вдоль траектории s:

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F\cos\alpha \cdot ds.$$

Кинетическая энергия движущегося тела $T = \dfrac{mV^2}{2}$ при условии $V \ll c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В общем случае кинетическая энергия — это разность между полной энергией тела и энергией покоя (m_0 — масса покоя):

$$T = E - E_0 = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Потенциальная энергия — это энергия, за счет которой тело потенциально (в смысле возможности) может совершить работу. Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на малую высоту h вблизи поверхности Земли:

$$\Pi = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и его потенциальной энергией:

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\Pi, \quad \vec{F} = -\left(\frac{\partial \Pi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы (орты) прямоугольной системы координат.

Полная механическая энергия системы тел изменяется в результате работы внешних сил над телами системы и работы тел системы против внутренних сил трения:

$$dE = dA_{\text{внеш}} - dA_{\text{трен}}.$$

Если система тел является замкнутой и в ней нет сил трения, то ее полная механическая энергия остается постоянной при любых процессах, протекающих в системе:

$$T + \Pi = E = \text{const}.$$

Момент инерции материальной точки:

$$J = mr^2,$$

где m — масса точки; r — расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы материальных точек:

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^{\,2},$$

где r_i — расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

В случае непрерывного распределения массы по объему тела

$$J = \int r^2 dm.$$

Теорема Штейнера:

$$J = J_c + md^2,$$

где J_c — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс; J — момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстояние d; m — масса тела (табл. 2).

Таблица 2

Моменты инерции однородных тел правильной геометрической формы

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Тонкостенный обруч радиуса R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиуса R	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой стержень длины l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его центр масс	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой стержень длины l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр	$\frac{2}{5}mR^2$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T_{\text{вр}} = \frac{1}{2}J_z\omega^2,$$

где J_z — момент инерции тела относительно оси z; ω — его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{1}{2}mV_c^2 + \frac{1}{2}J_c\omega^2,$$

где m — масса тела; V_c — скорость его центра масс; J_c — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω — угловая скорость тела.

Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль момента силы:

$$M = Fl,$$

где l — плечо силы (наикратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Работа при вращении тела:

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ — угол поворота тела; M_z — момент силы относительно оси z.

Момент импульса твердого тела относительно оси вращения:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i V_i r_i = J_z \omega,$$

где r_i — расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i V_i$ — импульс этой частицы; J_z — момент инерции тела относительно оси z; ω — его угловая скорость.

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где ε — угловое ускорение; J_z — момент инерции тела относительно оси z.

Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы N тел:

$$L = \sum_{i=1}^{N} J_i \omega_i = \text{const}.$$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Уравнение гармонических колебаний материальной точки имеет вид:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где x — смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени; A — амплитуда; T — период; φ — начальная фаза; $\omega = 2\pi/T$ — круговая или циклическая частота.

Скорость и ускорение точки, совершающей колебания, определяется соотношениями:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} d = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right).$$

Гармонические колебания точки массой m могут совершаться лишь под действием упругой силы:

$$F = ma = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx,$$

где $k = 4\pi^2 m/T^2$, т. е. $T = 2\pi\sqrt{m/k}.$ Здесь T — период колебаний материальной точки; k — коэффициент жесткости.

Кинетическая и потенциальная энергии колеблющейся точки могут быть вычислены следующим образом:

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right),$$

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right).$$

Полная энергия колебательной системы, состоящей из тела и упругой пружины:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2.$$

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания математического маятника. Период его колебаний определен формулой Гюйгенса:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

где l — длина маятника; g — ускорение свободного падения.

Период малых колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mdg}},$$

где J — момент инерции маятника относительно его оси вращения; m — масса маятника; d — расстояние от центра масс до оси вращения; g — ускорение свободного падения.

Если на материальную точку массой m, кроме упругой силы $F = -kx$, действует еще сила трения $F_{\text{тр}} = -rV$, где r — коэффициент трения; v — скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими. Уравнение затухающего колебательного движения имеет вид:

$$x = Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi),$$

где δ — коэффициент затухания или декремент колебаний. При этом $\delta = r/2m$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, где ω_0 — круговая частота собственных колебаний, $\delta \ll \omega$. Величина $\chi = \delta \cdot T$ называется логарифмическим декрементом колебаний.

Если на материальную точку массой m, колебание которой дано в виде

$$x = Ae^{-\delta t} \sin \omega_0 t,$$

действует внешняя периодическая сила $F = F_0 \sin \omega t$, то колебания точки будут вынужденными и уравнение ее движения примет вид:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где
$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad \mathrm{tg}\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω равна резонансной частоте $\omega_{\text{рез}}$:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

При установившемся течении жидкости форма, расположение линий тока и значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются. Движение жидкости по трубе характеризуется уравнением непрерывности:

$$S_1V_1 = S_2V_2 = \text{const},$$

где S_1, S_2 — два разных сечения трубки тока; V_1, V_2 — соответствующие скорости течения в данных сечениях. Ламинарное течение (слоистое) — движение жидкости без перемешивания (при малой скорости V). Турбулентное течение (вихревое) — движение жидкости с образованием вихрей, перемешиваясь (при возникновении V_1). Движение жидкости характеризуется числом Рейнольдса Re:

$$Re = \frac{DV\rho}{\eta},$$

где D — величина, характеризующая линейные размеры тела, обтекаемого жидкостью (газом); V — скорость течения;

ρ — плотность; η — динамическая вязкость. Величину $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ называют кинематической вязкостью.

Для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости справедливо уравнение Бернулли:

$$P + \frac{\rho V^2}{2} + \rho g h = \text{const},$$

где ρ — плотность жидкости в данном сечении трубы; h — высота данного сечения трубы над некоторым уровнем; P — давление (статическое); $\rho g h$ — гидростатическое давление; $\frac{\rho V^2}{2}$ — динамическое давление.

Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости.

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1.

Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид $x(t) = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0{,}5$ м/с^3. Найти координату x, скорость v и ускорение a точки в момент времени $t = 2$ с.

Чему равно перемещение точки за время от $t = 1$ с до $t = 3$ с? Определить среднюю скорость точки за это время.

Дано:

$x = A + Bt + Ct^3$
$A = 2$ м
$B = 1$ м/с
$C = -0{,}5$ м/с^3
$t = 2$ с

$x = ?$
$v = ?$
$a = ?$

Решение.

1. Координату x найдем из уравнения движения. Для момента времени $t = 2$ с $x(2) = (2 + 1 \cdot 2 - 0{,}5 \cdot 2^3)$ м $= 0$.

2. Мгновенная скорость есть первая производная координаты по времени $v(t) = B - 3Ct^2$. В момент времени $t = 2$ с скорость $v(2) = (1 - 3 \cdot 0{,}5 \cdot 2^2)$ м/с $= -5$ м/с.

3. Ускорение точки найдем, взяв первую производную скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени $t = 2$ с ускорение $a(2) = 6(-0,5)2$ м/с^2 = = -6 м/с^2.

4. Перемещение по определению равно изменению координаты $\Delta x = x(3) - x(1) = -1,5$ м.

5. Средняя скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10,5 - 0,5}{3 - 1} = -5,5 \text{ м/с}.$$

Величина скорости отличается от значения мгновенной в момент времени $t = 2$ с (середина временного интервала 1 с...3 с). Равенство этих скоростей возможно лишь в случае равноускоренного движения.

Задача 2.

Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -0,2$ рад/с^3. Определить полное ускорение и угловое ускорение точки для момента времени $t = 2$ с, если радиус окружности, по которой движется тело, $r = 0,4$ м (рис. 7).

Дано:
$\varphi = A + Bt + Ct^3$
$A = 10$ рад
$B = 2$ рад/с
$C = -0,2$ рад/с^3
$t = 2$ с
$r = 0,4$ м

$a = ?$

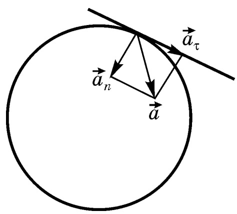


Рис. 7

Решение.

Рассмотренное движение по окружности постоянного радиуса является ускоренным. Полное ускорение точки, движущейся по криволинейной траектории, может быть представлено векторной суммой тангенциального ускорения a_τ, направленного по касательной к траектории и нормального ускорения a_n, направленного к центру кривизны траектории. На основе теоремы Пифагора определим модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (1)$$

Модули тангенциального и нормального ускорения вращающейся по окружности точки выражаются следующими соотношениями: $a_\tau = \varepsilon r$, $a_n = \omega^2 r$, где угловая скорость тела ω равна первой производной от угловой координаты по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 3Ct^2;$$

ε — модуль углового ускорения, равного первой производной угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6Ct.$$

Для $t = 2$ с угловое ускорение $\varepsilon = -2{,}4$ с$^{-2}$, а угловая скорость $\omega = [2 + 3(-0{,}2)4]$ (1/с) $= -0{,}4$ (1/с). Подставляя выражения a_τ и a_n в соотношение (1), вычислим полное ускорение движущегося тела:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} = 0{,}96\ \text{м/с}^2.$$

Задача 3.

Автомобиль движется по горизонтальной плоскости. Его ведущее колесо радиусом R совершает n оборотов за секунду. Какова скорость точек A, B и C колеса относительно земли? Рассмотреть два случая: а) качение колеса без проскальзывания, б) качение с пробуксовкой колеса (рис. 8).

Дано:
n, R

$V_A, V_B, V_C = ?$

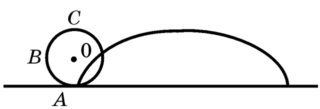


Рис. 8

Решение.

Любые точки колеса одновременно участвуют в двух движениях: поступательном (вместе с автомобилем) и вращательном (относительно оси колеса). Скорость поступательного движения равна скорости центра колеса и скорости автомобиля V_0. Скорость движения точки колеса по окружности обусловлена только угловой скоростью ω или частотой вращения n и радиусом R:

$$V_Л = \omega R = 2\pi n R.$$

Скорость любой точки A, B, C в соответствии с теоремой о сложении скоростей будет равна векторной сумме скорости центра колеса V_0 и линейной скорости $V_Л$, направленной по касательной к колесу $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_Л$. Поэтому скорости рассматриваемых точек A, B и C, как это следует из рисунка 9, могут быть определены следующим образом:

$$V_A = V_0 - V_Л;\ V_B = \sqrt{V_0^2 + V_Л^2};\ V_C = \sqrt{V_0^2 + V_Л^2}.$$

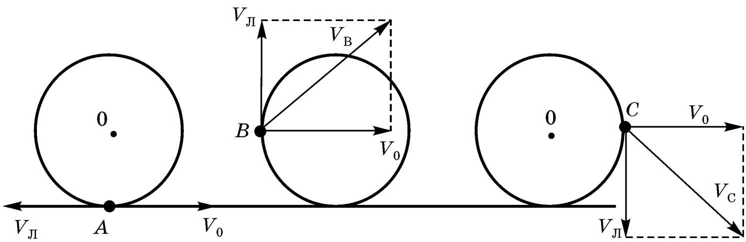


Рис. 9

Рассмотрим два случая движения.

1. Траектория внешней точки колеса в случае отсутствия проскальзывания представляет собой линию, называемую циклоидой. В этом случае $V_A = 0$, а следовательно, $V_Л = V_0$. Тогда $V_B = V_C = \sqrt{2} \cdot V_0$.

2. При наличии пробуксовки колеса $V_0 < V_Л$, а значит, $V_A < 0$. Скорости других точек B и C также будут уменьшены в сравнении с рассмотренным случаем (1): $V_B = V_C < \sqrt{2} \cdot V_0$. В случае полной пробуксовки колес автомобиль не движется, $V_0 = 0$, а модули скоростей точек A, B и C будут равными $V_A = V_B = V_C = V_Л = \omega R = 2\pi n R$.

Задача 4.

Два груза с массами по $m = 100$ г каждый подвешены на концах нити, перекинутой через неподвижный блок (см. рис. 10). На один из грузов положен перегрузок

$m_1 = 50$ г. С какой силой P будет действовать этот перегрузок на тело, на котором он лежит, когда вся система придет в движение?

Дано:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг
$m_1 = 50$ г $= 0{,}05$ кг

$P = ?$

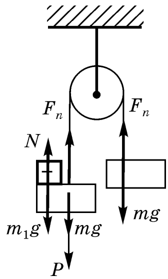


Рис. 10

Решение.

Считаем, что нить — гладкая, т. е. при ее скольжении по неподвижному блоку не возникает сила трения. Так как блок неподвижен (или невесом — как в ряде других задач), то сила натяжения нити слева и справа от блока будет одинакова и равна F_n. По определению искомая сила P является весом перегрузка. Считая, что блок вращается против часовой стрелки, запишем для каждого тела системы уравнение движения в скалярной форме:

$$\begin{aligned} &m_1g - N = m_1a, \\ &mg + P - F_n = ma, \\ &F_n - mg = ma \end{aligned} \qquad (1)$$

где $P = N$ по III закону Ньютона. Сложив записанные уравнения, найдем ускорение системы:

$$a = g \cdot \frac{m_1}{2m + m_1}.$$

Решив эту систему уравнений для силы давления P, называемой весом, получим результат:

$$P = \frac{2m \cdot m_1 \cdot g}{2m + m_1} = 0{,}4 \text{ Н}.$$

Задача 5.

Через блок маятника Обербека, имеющего момент инерции $I = 0{,}01$ кгм^2 и радиус $\vec{r} = 0{,}1\,\text{м}$, перекинута тонкая невесомая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г (рис. 11). Определить ускорения, с которыми будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

Дано:
$I = 0{,}01$ кгм^2
$m_1 = 200$ г $= 0{,}2$ кг
$m_2 = 100$ г $= 0{,}1$ кг
$r = 0{,}1$ м

$a = ?$

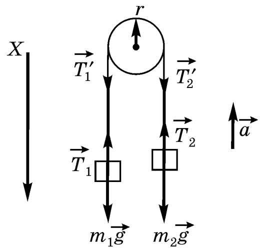


Рис. 11

Решение.

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на направление ускорения.

Для первого груза:

$$m_1g - T_1 = m_1a. \qquad (1)$$

Для второго груза:

$$-m_2g + T_2 = m_2a. \qquad (2)$$

Под действием моментов сил M_1 и M_2 относительно оси Z, перпендикулярной плоскости чертежа и направленной «от нас», блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения:

$$M_1 - M_2 = I_z\varepsilon, \qquad (3)$$

где $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$ — формула, связывающая угловое ускорение блока с линейным ускорением грузов; I_z — момент инерции относительно оси Z.

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости нити:

$$T_1' = T_1, \quad T_2' = T_2.$$

Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо $\overline{T}_1'$ и $\overline{T}_2'$ выражения T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_1g - m_1a)\cdot r - (m_2g + m_2a)r = \frac{I\cdot a}{r}.$$

После решения этого уравнения и несложных алгебраических преобразований получим:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}} \cdot g. \tag{4}$$

Подстановка числовых значений в формулу (4) даст результат:

$$a = \frac{0{,}2 - 0{,}1}{0{,}2 + 0{,}1 + \frac{0{,}01}{0{,}01}} \cdot 9{,}81 = 0{,}75 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right).$$

Задача 6.

Тележку массой $M = 20$ кг, на которой лежит груз массой $m = 10$ кг, тянут с силой F, направленной горизонтально (рис. 12). Коэффициент трения между грузом и тележкой $\mu = 0{,}1$. Пренебрегая трением между тележкой и опорой, найти ускорения тележки a_1 и груза a_2, а также силу трения между грузом и тележкой в двух случаях:

1) $F = 19{,}8$ Н;
2) $F = 58{,}8$ Н.

Дано:

$M = 20$ кг
$m = 10$ кг
$\mu = 0{,}1$
1) $F = 19{,}8$ Н
2) $F = 58{,}8$ Н

$a_1 = ?$
$a_2 = ?$
$F_{тр} = ?$

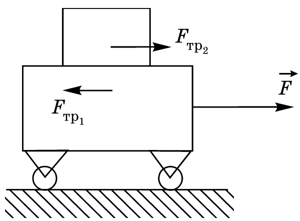


Рис. 12

Решение.

Рассмотрим силы, действующие на тележку и груз. В горизонтальном направлении на тележку действует внешняя сила F и сила трения со стороны груза $F_{тр_1}$. Последняя направлена против скорости тележки относительно груза, если груз скользит, и против силы $\vec{F}$, если груз покоится. На груз действует сила трения со стороны тележки $F_{тр_2}$, направленная, согласно третьему закону Ньютона, против силы $F_{тр_1}$, и по модулю эти силы равны:

$$\left|\vec{F}_{тр_1}\right| = \left|\vec{F}_{тр_2}\right| = \left|\vec{F}_{тр}\right|.$$

Уравнения движения тележки и груза в скалярной форме (в проекциях на горизонтальную ось) имеют вид:

$$F - F_{тр} = Ma_1; \qquad (1)$$

$$F_{тр} = ma_2. \qquad (2)$$

Эти два уравнения содержат три неизвестных величины $F_{тр}$, a_1, a_2. Необходимое для их определения третье уравнение получим из анализа силы трения между тележкой и грузом. Если груз движется относительно тележки, то между ними действует сила трения скольжения, подчиняющаяся закону Кулона–Амантона $F_{тр} = \mu N$, где сила нормальной реакции опоры равна силе тяжести груза $N = mg$, т. е. $F_{тр} = \mu mg$. Если же тележка и груз движутся как одно целое, то между ними действует сила трения покоя $F_{пок} < \mu mg$, а их ускорения движения — одинаковы $a_1 = a_2$. Рассмотрим оба возможных варианта.

1. *Состояние относительного движения*. Между телами действует сила трения скольжения $F_{тр} = \mu mg = 0{,}1 \cdot 10 \cdot 9{,}8 = 9{,}8$ Н, и система уравнений (1) и (2), содержащая теперь лишь две неизвестных величины — ускорения тел, может быть решена:

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{F - \mu mg}{M} \\ a_2 = \mu g \end{cases}.$$

2. *Состояние относительного покоя*. Обозначив $a_1 = a_2 = a$, запишем систему уравнений (1) и (2) в виде:

$$\begin{cases} F - F_{пок} = Ma \\ F_{пок} = ma \end{cases}.$$

Решив эту систему уравнений, получим:

$$\begin{cases} a = \dfrac{F}{m + M} \\ F_{пок} = \dfrac{m}{m + M} F \end{cases}. \qquad (3)$$

Значение $F_{пок}$ имеет предел, равный найденной силе трения $F_{тр}$. Поэтому в действительности два тела будут двигаться как одно целое лишь при таких значениях силы F, при которых значение $F_{пок}$, определяемое (3), не будет превышать ее предельного значения. Выполнив расчеты, получим:

1) если $F = 19{,}6$ Н, то $F_{пок} = 6{,}5$ Н $< 9{,}8$ Н, что возможно лишь при отсутствии проскальзывания груза относительно тележки. Тогда $a_1 = a_2 = 0{,}65$ м/с^2;

2) если $F = 58{,}8$ Н, то $F_{пок} = 19$ Н, что превышает предельное значение силы трения 9,8 Н, а значит невозможно. В этом случае между телами будет действовать трение скольжения $F_{тр} = 9{,}8$ Н, тела будут двигаться относительно друг друга с ускорениями $a_1 = 2{,}5$ м/с^2; $a_2 = 0{,}98$ м/с^2.

Задача 7.

Человек массы m расположен на корме лодки, находящейся в озере. Длина лодки L, ее масса M. Человек переходит с кормы на нос лодки. Определить расстояние S, на которое при этом переместится лодка относительно дна озера. Сопротивлением воды пренебречь.

Дано:
m, L, M.

$S = ?$

Решение.

Положение лодки и человека в начальный и конечный моменты времени показаны на рисунке 13 отрезком линии и точкой. Человек, двигаясь вперед

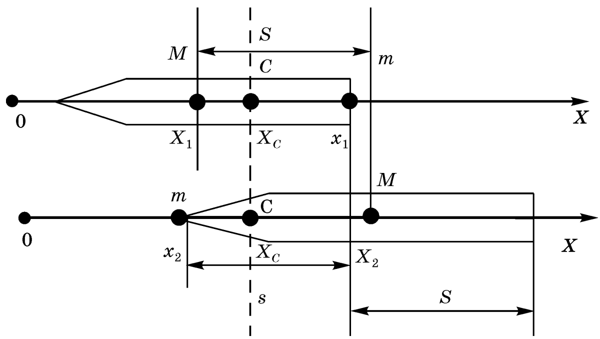


Рис. 13

по лодке, отталкивает ее в противоположную сторону. В результате лодка относительно дна озера сместится на некоторое расстояние S, а человек — на расстояние s.

В каждый момент времени при переходе человека с кормы на нос лодки сумма внешних сил, действующих на систему человек–лодка, равна нулю. Следовательно, для этой системы выполняется закон сохранения импульса и перемещение человека в лодке не может изменить положение центра масс C системы.

Введем систему координат OX, связанную с берегом озера. Обозначим в этой системе отсчета начальные и конечные координаты человека x_1 и x_2, а координаты центра массы лодки, находящегося в ее середине, — X_1 и X_2. Положение центра всех масс системы, т. е. значение координаты X_C, остается неизменным при любых внутренних перемещениях:

$$X_C = \frac{M \cdot X_1 + m \cdot x_1}{M + m} = \frac{M \cdot X_2 + m \cdot x_2}{M + m}.$$

Из этого равенства получим $M \cdot (X_2 - X_1) = m \cdot (x_1 - x_2)$. Учтем, что изменение координат $X_2 - X_1 = S$, $x_1 - x_2 = s$ равны, соответственно, перемещению лодки и человека. Из рисунка видим, что сумма их перемещений равна длине лодки $S + s = L$. Окончательно для определения расстояния S получим систему следующих уравнений:

$$\begin{cases} M \cdot S = m \cdot s \\ S + s = L \end{cases}. \qquad (1)$$

Решив ее, найдем расстояние, на которое сместится лодка:

$$S = \frac{m \cdot L}{M + m}.$$

Замечание. Обычно эту задачу решают, непосредственно используя закон сохранения импульса:

$$MV - mv = 0, \qquad (2)$$

где V, v — скорости движения лодки и человека относительно берега. Умножим уравнение (2) на время движения Δt. Учитывая, что перемещения человека и лодки определены соотношениями $s = v\Delta t$, $S = V\Delta t$, а их сумма равна длине лодки L, получим систему уравнений, точно совпадающую с полученной ранее (1).

Задача 8.

Во время Второй мировой войны был разработан и испытан ранцевый реактивный двигатель, позволяющий человеку перемещаться на небольшие расстояния с достаточно малой скоростью. Сколько времени человек с таким двигателем за спиной может продержаться на постоянной высоте, если его масса $m_1 = 70$ кг, масса двигателя без топлива $m_2 = 10$ кг, начальная масса топлива $m_0 = 20$ кг? Двигатель выбрасывает струю газов вертикально вниз со скоростью $C = 1000$ м/с. Расход топлива автоматически поддерживается таким, чтобы реактивная сила обеспечивала состояние покоя.

Дано:

$C = 1000$ м/с

$m_1 = 70$ кг

$m_2 = 10$ кг

$m_0 = 20$ кг

$t = ?$

Решение.

Для решения этой задачи воспользуемся уравнением Мещерского:

$$M\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F} - \frac{dM}{dt}\bar{C}, \tag{1}$$

где M — изменяющаяся масса человека и двигателя, $\frac{d\bar{V}}{dt} = 0$. Тогда, принимая во внимание равенство $F = Mg$, получим:

$$Mg = -\frac{dM}{dt}C. \tag{2}$$

Переменные в уравнении (2) легко разделяются, и его можно представить в виде:

$$\frac{g}{c}dt = -\frac{dM}{M}. \tag{3}$$

Интегрируя (3) слева от 0 до t, а справа — от M_0 до M, найдем:

$$\begin{gathered}\frac{g}{c}t = -\ln\frac{M}{M_0} = \ln\frac{M_0}{M},\\ t = \frac{c}{g}\ln\frac{m_1 + m_2 + m_0}{m_1 + m_2}.\end{gathered} \tag{4}$$

Начальная масса M_0 системы складывается из массы человека, двигателя и топлива; конечная M — на массу топлива меньше. Принимая во внимание эти замечания, после подстановки в уравнения (4) числовых данных получим:

$$t = 22 \text{ с}.$$

Задача 9.

Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1, сталкивается с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар — прямой, центральный. Какую часть кинетической энергии первый шар передаст второму?

Дано:
m_1
m_2
v_1

$\varepsilon = ?$

Решение.

Считаем, что шары движутся поступательно, отсутствует их вращение. Доля энергии, переданной первым шаром второму при столкновении, выразится соотношением:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{v_1}\right)^2, \tag{1}$$

где T_1 — кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2 — скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1), для определения ε надо найти u_2. При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии. Пользуясь этими законами, найдем u_2. Из закона сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился, получим:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \tag{2}$$

Из закона сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \tag{3}$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), найдем:

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив это выражение u_2 в равенство (1) и разделив числитель и знаменатель дроби на u_1 и m_1, получим:

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1 v_1}{v_1(m_1+m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2}.$$

Из полученного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Задача 10.

Определить работу, совершаемую силой гравитационного притяжения при подъеме тела массы m на высоту h от поверхности Земли.

Дано: h, $R_З$	
$A = ?$	

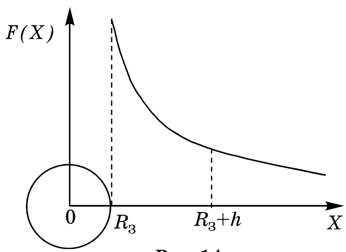


Рис. 14

Решение.

В общем случае сила притяжения зависит от расстояния $X = R_З + h$ до центра Земли:

$$F(X) = G\frac{M_З m}{X^2}.$$

Работа численно будет равна площади криволинейной трапеции, изображенной на рисунке 14. Знак работы силы гравитационного притяжения при движении тела вверх на высоту h будет отрицательным, так как вектора перемещения и силы притяжения противоположно направлены. Вычислив работу этой переменной силы как интеграл

$$A = -\int_{R_З}^{R_З+h} F(X)\,dX,$$

получим следующий результат:

$$A = -G \cdot \frac{mM_З \cdot h}{R_З^2 \cdot (1 + \frac{h}{R_З})} = -mg \frac{h}{1 + \frac{h}{R_З}},$$

где g — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли. В случае малой высоты подъема

$$1 + \frac{h}{R_З} \approx 1$$

и результат совпадает с хорошо известным $A = -mgh$.

Задача 11.

Шарик массой $m = 1$ кг привязан к концу невесомой и нерастяжимой нити и движется по окружности радиуса $R = 1$ м в вертикальной плоскости (рис. 15). Какова наименьшая скорость шарика в верхней точке траектории? В нижней точке траектории? Определить силу натяжения нити при прохождении шариком верхней и нижней точки траектории.

Дано:
$m = 1$ кг
$R = 1$ м

V_1 — ?
F — ?

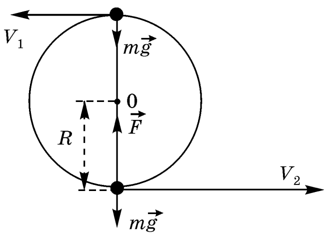


Рис. 15

Решение.

На шарик действуют силы тяжести и натяжения нити. Динамические уравнения движения тела в нижней точке траектории, где сила натяжения F — максимальна, и в верхней точке, где сила натяжения при наименьшей скорости V_1 равна нулю, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} F - mg = \dfrac{mV_2^2}{R} \\ mg = \dfrac{mV_1^2}{R} \end{cases}. \qquad (1)$$

После сложения этих уравнений для силы натяжения в верхней точке получим следующее выражение:

$$F = m \cdot \left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{R} \right). \qquad (2)$$

Для определения скорости тела в верхней и нижней точках траектории воспользуемся законом сохранения механической энергии:

$$\frac{mV_2^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + mg \cdot 2R.$$

Определив из него и системы (1) квадраты скоростей

$$\begin{cases} V_1^2 = gR \\ V_2^2 = 5gR \end{cases},$$

для силы натяжения из равенства (2) получим результат $F = 6mg = 58{,}9$ Н. Прочность нити должна превышать это значение. Скорость шарика в верхней точке траектории $V_1 = \sqrt{gR} = 3{,}1$ м/с, в нижней — $V_2 = \sqrt{5gR} = 6{,}93$ м/с.

Задача 12.

В отъезжающий со скоростью $V = 5$ м/с грузовик брошен мяч. Мяч попадает в задний борт и упруго отскакивает (рис. 16). Определить величину скорости u мяча после удара, если до удара мяч летел горизонтально со скоростью $v = 10$ м/с.

Дано:
$V = 5$ м/с
$v = 10$ м/с

u — ?

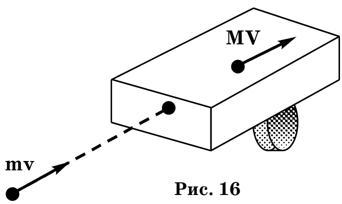


Рис. 16

Решение.

Так как система грузовик–мяч является замкнутой в направлении движения, а рассматриваемое соударение — абсолютно упругим, то выполняются законы сохранения импульса и механической энергии. Обозначив начальные значения импульса мяча mv, а импульса грузовика — MV, запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} mv + MV = -mu + MU \\ \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{MV^2}{2} = \dfrac{mu^2}{2} + \dfrac{MU^2}{2} \end{cases}.$$

В записанной системе уравнений u — скорость мяча; U — скорость грузовика после соударения. После несложных преобразований получим уравнения:

$$\begin{cases} m\cdot(v+u) = M\cdot(U-V) \\ m\cdot(v^2-u^2) = M\cdot(U^2-V^2) \end{cases}.$$

Разложив во втором уравнении разность квадратов на сомножители и разделив его на первое, получим следующую систему:

$$\begin{cases} U + V = v - u \\ U = V + \dfrac{m}{M}\cdot(v+u) \end{cases}.$$

Из решения этой системы определим скорость мяча после соударения:

$$u = v - \frac{2V}{1+\dfrac{m}{M}}.$$

Считая, что масса мяча существенно меньше массы автомобиля и пренебрегая их отношением $\dfrac{m}{M} << 1$, получим $u \approx v - 2V = 10 - 2\cdot 5 = 0$ м/с.

Задача 13.

Платформа в виде сплошного диска радиусом 1,5 м и массой 180 кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой 10 мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какую линейную скорость относительно земли помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? Как изменится кинетическая энергия системы платформа–человек?

Дано:

$m_1 = 180$ кг

$m_2 = 60$ кг

$n = 10$ мин$^{-1}$ $= 0{,}17$с$^{-1}$

$R = 1{,}5$ м

$\upsilon = ?$

Решение.

Платформа вращается свободно, т. е. по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии полный момент импульса L_z системы платформа–человек при любых внутренних перемещениях остается постоянным:

$$L_z = J_z\omega = \text{const}, \tag{1}$$

где J_z — момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω — угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому

$$J_z = J_1 + J_2,$$

где J_1 — момент инерции платформы; J_2 — момент инерции человека.

С учетом этого равенство (1) примет вид:

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1' + J_2')\omega', \tag{2}$$

где значения величин, обозначенные без штриха, относятся к начальному состоянию системы, а со штрихом — к конечному состоянию.

Момент инерции платформы, который в процессе внутренних перемещений остается неизменным, вычислим относительно оси вращения как для однородного диска

$$J_1 = J_1' = \frac{1}{2}m_1R^2.$$

Если момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки, то в начальном положении, когда человек находился в центре платформы, $J_2 = 0$. В конечном положении, после перехода человека на край платформы, его момент инерции $J_2' = m_2R^2$. Выразим начальную угловую скорость ω вращения платформы с человеком через частоту вращения n и конечную угловую скорость ω' — через линейную скорость v человека относительно земли $(\omega' = v/R)$:

$$\left(\frac{1}{2}m_1R^2 + 0\right)2n\pi = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right)\frac{v}{R}.$$

После деления обеих частей равенства на R_2 и простых преобразований находим скорость человека:

$$v = 2n\pi \cdot R\frac{m_1}{m_1 + 2m_2}.$$

Подставив числовые значения величин, получаем

$$v = 0{,}96 \text{ м/с}.$$

Человек, перейдя на край платформы, совершит работу A, и кинетическая энергия системы изменится.

В начальном состоянии энергия платформы и человека

$$E = \frac{(J_1 + J_2)\omega^2}{2} = m_1(\pi n R)^2 = 180(3{,}14 \cdot 0{,}17 \cdot 1{,}5)^2 = 115{,}4 \text{ Дж}.$$

В конечном состоянии

$$E' = \frac{(J_1' + J_2')\omega'^2}{2} = \frac{(m_1 + 2m_2)\cdot v^2}{4} = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} E = 69{,}2 \text{ Дж},$$

что составляет 60% от начальной энергии. При возврате человека в центр платформы энергия системы и частота вращения вновь увеличатся до прежних значений.

Задача 14.

К вертикальной стене под углом α приставлена лестница длины L, упирающаяся нижним основанием в пол (рис. 17). При каком наибольшем значении угла α лестница не соскользнет вниз? Считать коэффициент трения лестницы о стену и пол одинаковым и равным k.

Дано:
L, k.

$\alpha = ?$

Решение.

Введем обозначения: L — длина лестницы OB; $d = L\sin\alpha$ — отрезок AO — расстояние от стены до нижней опоры лестницы; $b = L\cos\alpha$ — расстояние AB от пола до верхней опоры лестницы.

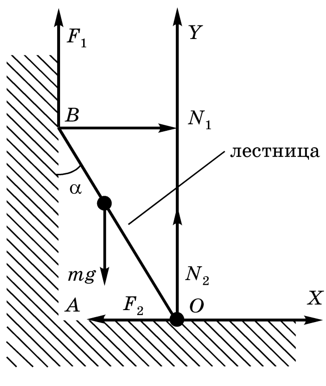


Рис. 17

В соответствии с условием равновесия сумма сил, действующих на лестницу, равна нулю. Введем обозначения: F_1 и F_2 — силы трения; N_1 и N_2 — силы реакции опоры, действующие на лестницу со стороны стены и пола соответственно. В предельном случае наибольшего угла наклона лестницы α, соответствующего началу скольжения лестницы, силы трения достигают наибольшего значения $F_1 = kN_1$, $F_2 = kN_2$. Тогда $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + m\vec{g} = 0$. В системе координат XOY, изображенной на рисунке, это векторное уравнение представим в скалярной форме:

$$(X) \quad N_1 - F_2 = 0;$$
$$(Y) \quad F_1 - mg + N_2 = 0.$$

Для рассматриваемого случая отсутствия вращения лестницы должно выполняться еще одно условие равновесия — равенство нулю суммы моментов всех сил, действующих на лестницу относительно произвольной точки. Это условие запишем для моментов сил относительно точки O:

$$F_1 d + N_1 b - mg\frac{d}{2} = 0.$$

Полученная система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} N_1 - kN_2 = 0, \\ kN_1 - mg + N_2 = 0, \\ kN_1 L\cdot\sin(\alpha) + N_1 L\cdot\cos(\alpha) - mg\dfrac{L\cdot\sin(\alpha)}{2} = 0. \end{cases}$$

После несложных преобразований получим:

$$\begin{cases} N_1 - kN_2 = 0, \\ kN_1 - mg + N_2 = 0, \\ \operatorname{tg}(\alpha) = \dfrac{2N_1}{mg - 2kN_1}. \end{cases}$$

Эта система уравнений разрешима относительно трех неизвестных величин N_1, N_2 и α. Решив ее для предельного угла наклона лестницы, получим результат:

$$\alpha_{\text{макс}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{2k}{1-k^2}\right).$$

Задача 15.

Точка совершает гармонические колебания с частотой 100 Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение 1 мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Дано:	*Решение.*
$\nu = 100$ Гц $x_{max} = 1$ мм	Уравнение колебаний точки можно записать в виде:
$x = ?$	$x = A\sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$, (1)

где A — амплитуда колебаний; ω — циклическая частота; t — время; φ_0 — начальная фаза.

Начальную фазу можно определить из условия максимальности смещения в момент времени $t = 0$:

$$x_{max} = A\sin\varphi_1,$$

откуда $\varphi_1 = \arcsin\frac{x_{max}}{A} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$.

Тогда уравнение колебаний запишем в виде:

$$x = A\sin\left(2\pi\nu \cdot t + \frac{\pi}{2}\right),$$

где $A = 0{,}001$ м; $\nu = 100$ Гц.

Замечание. Строго говоря, в условии задачи однозначно не определен знак начальной фазы

$$\varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2},$$

так как ничего не сказано о направлении начального смещения точки. Оно может быть как положительным, так и отрицательным. В тексте условия речь идет о максимальности смещения, а не координаты колеблющейся точки.

Уравнение колебаний точки может быть записано иначе:

$$x = A\cos(2\pi\nu \cdot t).$$

Задача 16.

Частица массой 0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом 2 с. Полная энергия колеблющейся частицы 0,1 мДж. Определить амплитуду колебаний и наибольшее значение силы, действующей на частицу.

Дано:
$m = 0{,}01$ кг
$T = 2$ с
$E = 0{,}1$ мДж

$A = ?$
$F_{\max} = ?$

Решение.

Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2.$$

Выразив частоту колебаний через период $\omega = \frac{2\pi}{T}$, для амплитуды получим следующий результат:

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}} = 0{,}045 \text{ м}. \qquad (1)$$

Гармонические колебания частицы возможны лишь при действии на нее упругой силы $F = -kx$, где k — коэффициент упругости; x — смещение колеблющейся точки из положения равновесия. Сила максимальна при максимальном смещении точки, равном амплитуде $F_{\max} = kA$, где коэффициент упругости k связан с периодом колебаний:

$$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}. \qquad (2)$$

Тогда для амплитудного значения упругой силы после ряда преобразований получим следующий результат:

$$F_{\max} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{2mE} = 4{,}44 \text{ мН}.$$

4. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант	Номера задач						
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65

Вариант	Номера задач						
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	19	29	39	49	59	69
10	10	20	30	40	50	60	70

1. Радиус-вектор точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + t\vec{j} + \vec{k}$. Найти скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ точки, модуль скорости v в момент $t = 2$ с, приближенное значение перемещения S, совершенного точкой за 3-ю секунду движения.

2. Точка движется со скоростью $\vec{v} = at\left(2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}\right)$, $a = 2$ м/с^2. Найти:

а) модуль скорости точки в момент времени $t = 1$ с;

б) ускорение точки и его модуль;

в) путь и перемещение точки за вторую секунду движения.

3. Зависимость координат частицы от времени имеет вид $x = a\cos\omega t$, $y = a\sin\omega t$, $z = 0$.

а) Определить радиус-вектор частицы, скорость, ускорение и их модули.

б) Найти уравнение траектории частицы.

в) В каком направлении движется по траектории частица?

г) Каков характер движения частицы?

4. Компоненты скорости материальной точки определяются в системе СИ выражениями $V_x = 3t$, $V_y = 2t$, $V_z = t$. Найти ускорение точки и его модуль.

5. Точка движется в соответствии с кинематическими уравнениями $x = Bt$, $y = Bt(1 - kt)$, где B, k — положительные коэффициенты; t — время. Найти:

а) уравнение траектории $y(x)$;

б) зависимости скорости и ускорения точки от времени t.

6. Материальная точка движется в плоскости YZ по закону $y = A(1 - Bt^2)$, $z = Bt$, где A, B — положительные постоянные; t — время. Найти:

а) уравнение траектории $y(z)$;

б) скорость (вектор и модуль);

в) ускорение (вектор и модуль);

г) как направлены вектора скорости и ускорения?

7. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t)=\vec{i}\left(A+Bt^2\right)+\vec{j}Ct$, где $A = 5$ м, $B = -10$ м/с^2, $C = 10$ м/с. Для момента времени $t = 1$ с вычислить модуль скорости. Для момента времени $t = 2$ с вычислить модуль ускорения.

8. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r}=\vec{i}\left(at+bt^3\right)+\vec{j}ct^2+\vec{k}d$, где $a = 10$ м/с, $b = -5$ м/с^3, $c = 10$ м/с^2, $d = 2$ м. Для момента времени $t = 2$ с вычислить модуль скорости и ускорения.

9. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t)=\vec{i}\left(A+Bt^2\right)+\vec{j}Ct$, где $A = 10$ м, $B = -5$ м/с^2, $C = 10$ м/с. Определить перемещение, совершаемое телом за первые 2 с движения. Для момента времени $t = 1$ с вычислить модуль скорости и ускорения.

10. Первоначально покоившаяся частица за время $t = 5$ с прошла путь, равный 1,75 длины окружности радиуса 2 м с постоянным тангенциальным ускорением. Определить за этот промежуток времени модуль средней скорости и изменение вектора ускорения частицы.

11. В модели атома Бора электрон в атоме водорода движется по круговой орбите с линейной скоростью $v =$ $= 2{,}2\cdot10^6$ м/с. Найти угловую скорость ω вращения электрона вокруг ядра и его нормальное ускорение a_n. Считать радиус орбиты $r = 0{,}5\cdot10^{-10}$ м.

12. Колесо радиусом $R = 10$ см начинает вращаться с угловым ускорением $\varepsilon = 6{,}28$ 1/с^2. Найти для точек обода колеса к концу первой секунды:

а) угловую скорость ω;

б) линейную скорость v;

в) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорение;

г) полное ускорение;

д) угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса, проведенным через соответствующую точку обода.

13. Точка движется по окружности радиусом $R = 1$ см. Зависимость пути от времени дается уравнением $s = ct^2$, где $c = 0{,}1$ см/с^2. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорение точки в момент, когда линейная скорость точки $\nu = 0{,}6$ м/с.

14. Колесо радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = \varphi_0 + bt + ct^2$, где φ_0 — значение начальной угловой координаты; $b = 2$ 1/с; $c = 1$ 1/с^2. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2$ с после начала движения:

а) угловую ω и линейную v скорости;

б) нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения;

в) угловое ускорение ε.

15. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ м. Зависимость пути, пройденного точкой по окружности, от времени задана в системе СИ уравнением $S = 2t + t^3$. Определить полное ускорение точки в момент времени, когда $a_\tau = 2a_n$.

16. По дуге окружности движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4{,}9$ м/с^2. В этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол $\alpha = 60^\circ$. Найти тангенциальное ускорение точки a_τ.

17. Тело движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0{,}2$ м/с^2. Определить его полное ускорение в точке траектории с радиусом кривизны $R = 3$ м, если в этой точке тело движется с линейной скоростью $V = 2$ м/с.

18. По дуге окружности радиусом $R = 10$ м движется точка. В некоторый момент времени ее тангенциальное ускорение $a_\tau = 5$ м/с^2. В этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол $\alpha = 60^\circ$. Найти скорость V точки.

19. Точка обращается по окружности радиусом $R = 8$ м. В некоторый момент времени нормальное ускорение a_n точки равно 4 м/с^2, вектор полного ускорения a образует в этот момент с вектором нормального ускорения a_n угол $\alpha = 60^\circ$. Найти скорость V и тангенциальное ускорение a_τ точки.

20. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Зависимость пройденного точкой пути от времени в системе СИ задана уравнением $x = 2t + 4t^2$. Найти момент времени t, когда нормальное ускорение точки равно 10 м/с^2; а также скорость, тангенциальное ускорение и полное ускорение точки в этот момент времени.

21. Тело массой $m = 0,5$ кг движется прямолинейно, причем координата тела X изменяется от времени как $X = 2 - 4t + 2t^2 - t^3$. Найти силу F, действующую на тело в конце первой секунды движения.

22. Тело массой $m = 1$ кг движется так, что его координата X зависит от времени в соответствии с уравнением $X(t) = A \sin \omega t$, где $A = 0,05$ м, $\omega = \pi c^{-1}$. Найти ускорение, силу и импульс тела через время, равное 1/6 с, после начала движения.

23. Тело массой $m = 1$ кг движется по окружности радиусом $R = 1$ м с возрастающей угловой скоростью $\omega = 1 + 0,1 \cdot t$ (рад/с). Определить угол между радиусом и вектором результирующей силы через 1 с после начала движения.

24. Тело массой $m = 1$ кг движется так, что его координаты x и y изменяются от времени следующим образом: $x(t) = 1 - 2t + t^2$, $y = 2t^3$. Определить ускорение тела и действующую на тело силу в конце 5-й секунды.

25. Кинематические уравнения движения частицы $m = 1$ кг заданы следующим образом: $x(t) = At$, $y = Bt - Ct^2$, где $A = 3$ м/с, $B = 4$ м/с, $C = 5$ м/с^2. Исследовать функцию $y = y(x)$ на экстремум и найти ее нули. Под действием какой по направлению и величине силы происходит это движение?

26. Частица массой m движется равномерно по плоской спирали, приближаясь к ее центру. Как изменяется модуль силы, действующей на частицу?

27. Тело массой $m = 2$ кг начинает двигаться по окружности радиуса $R = 2$ м. Пройденный им путь в системе единиц СИ зависит от времени согласно уравнению $S = 2t + t^3$. Определить величину и направление силы, действующей на тело, в момент времени $t = 4$ с.

28. Тело массой m движется так, что зависимость координаты от времени описывается уравнением $X = A \cos \omega t$, где A и ω — постоянные. Записать закон изменения силы от времени.

29. Тело массой m движется в плоскости XY в соответствии с уравнениями $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, где A, B, ω —

положительные константы. Найти модуль силы, действующей на тело.

30. Частица массой m движется под действием силы $\vec{F} = \vec{F}_0 \cdot \cos\omega t$, где F_0 — постоянный по величине и направлению вектор; ω — циклическая частота изменения силы. Выразить радиус-вектор $\vec{r}$ как функцию времени, если в начальный момент времени $t = 0$, $\vec{r}(0) = 0$, $\vec{V}(0) = 0$.

31. Под действием постоянной силы $F = 10$ Н тело движется так, что его координаты изменяются со временем согласно уравнениям $X(t) = 10t - 5t^2$, $Y(t) = 17t$. Найти массу тела.

32. Вычислить гравитационную постоянную, считая известными радиус Земли, ее среднюю плотность и ускорение свободного падения у ее поверхности.

33. Определить положение такой точки, в которой материальное тело одинаково притягивается Землей и Луной.

34. Масса лифта с пассажирами равна 800 кг. С каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если натяжение троса, поддерживающего лифт, равно:

а) 12 кН;

б) 6 кН?

35. В лифте на пружинных весах находится тело массой $m = 10$ кг. Лифт движется с ускорением 2 м/с^2. Определить показания весов в двух случаях, когда ускорение лифта направлено вертикально вверх и вертикально вниз.

36. Автомобиль массой 5 т движется со скоростью 36 км/ч по выпуклому мосту, радиус кривизны которого равен 50 м. Определить силу давления автомобиля на мост в точке, где его радиус составляет с вертикалью угол 30°.

37. Автомобиль массой 5 т движется со скоростью 36 км/ч по вогнутому мосту. Определить силу давления автомобиля на мост в его нижней части, если радиус кривизны моста равен 50 м.

38. Тело массой 4 кг движется по горизонтальной плоскости под действием силы 30 Н, направленной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения тела о плоскость равен 0,01. Найти ускорение тела.

39. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением 1 м/с^2. Уклон горы равен 1 м на каждые 25 м пути. Масса автомобиля — 1 т. Коэффициент трения — 0,1.

40. На какую часть уменьшится вес тела на экваторе, по сравнению с весом его на полюсе, вследствие вращения Земли?

41. Советский стратостат в 1933 г. поднимался на высоту 22 км. Вес гондолы стратостата у поверхности Земли был равен 9,8 кН. На сколько уменьшился ее вес на высоте 22 км?

42. С вершины неподвижного и жестко закрепленного клина ($l = 2$ м, $h = 1$ м) начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином $\mu = 0{,}1$. Определить:

а) ускорение, с которым движется тело;

б) время прохождения тела вдоль клина;

в) скорость тела у основания клина.

43. На тело массой 10 кг, находящееся на наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30°$, действует горизонтально направленная сила $F = 8$ Н (рис. 18). Определить ускорение тела, если коэффициент трения $k = 0{,}1$. Задачу решить для двух возможных направлений действия силы F — «к плоскости» и «от плоскости».

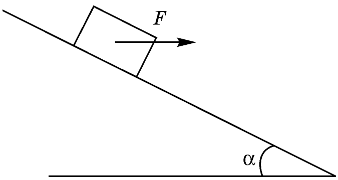


Рис. 18

44. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 4°. Как будет изменяться сила трения, действующая на тело, при увеличении угла наклона плоскости от начального до 90°? Построить графики зависимости силы трения и ускорения движения тела от угла наклона. Коэффициент трения считать постоянным и равным $\mu = 0{,}1$.

45. Однородную цепочку длиной L и массой m тянут по горизонтальной поверхности стола, прикладывая к ее концу горизонтально направленную силу F. Какова сила натяжения в середине цепи? Коэффициент трения известен и равен k.

46. Автомобиль входит в поворот с радиусом закругления 20 м. Какова при этом наибольшая безопасная скорость движения автомобиля, если коэффициент трения скольжения равен 0,2?

47. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром 0,3 мм, если динамическая вязкость воздуха $1{,}2\cdot10^{-5}$ Па·с?

48. Стальной шарик диаметром 1 мм падает с постоянной скоростью 0,2 см/с в большом сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость касторового масла.

49. Смесь свинцовых дробинок с диаметрами 3 мм и 1 мм опустили в бак с глицерином высотой 1 м. Сравнить время падения на дно дробинки меньшего диаметра и время падения дробинки бóльшего диаметра. Динамическая вязкость глицерина — 1,47 Па·с.

50. Пробковый шарик радиусом 5 мм всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти вязкость касторового масла, если шарик всплывает с постоянной скоростью 3,5 см/с.

51. В начальный момент ракета покоится и имеет полную массу вместе с горючим m_0. После ее запуска она движется в отсутствии внешних сил, испуская непрерывную струю газа с постоянной относительно ракеты скоростью U. Найти скорость ракеты V в момент, когда ее масса стала равна m.

52. Ракета движется в отсутствие внешних сил с постоянным ускорением a, скорость истечения газов относительно ракеты постоянна и равна U. Масса ракеты в начальный момент равна m_0. Как изменяется масса ракеты с течением времени?

53. Вагонетка с песком движется под действием постоянной силы F. В начальный момент времени масса вагонетки с песком равна m_0, а ее скорость —нулю. В днище вагонетки имеется дыра, через которую песок высыпается со скоростью потери массы μ кг/с. Найти зависимость скорости и ускорения вагонетки от времени t.

54. Ракета массой $m = 1$ т, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, поднимается с ускорением $a = 2g$. Скорость U струи газов, вырывающихся из сопла, равна 1200 м/с. Найти расход μ горючего.

55. Космический корабль имеет массу $m = 3{,}5$ т. При маневрировании из его двигателей вырывается струя газов со скоростью $V = 800$ м/с; расход горючего $\mu = 0{,}2$ кг/с. Найти реактивную силу F двигателей и ускорение a, которое она сообщает кораблю.

56. Вертолет массой $m = 3{,}5$ т с ротором, диаметр d которого равен 18 м, «висит» в воздухе. С какой скоростью V ротор отбрасывает вертикально вниз струю воздуха? Диаметр струи считать равным диаметру ротора.

57. Ракета, бывшая первоначально неподвижной, после запуска реактивного двигателя выбрасывает ежесекундно газ массой 90 г со скоростью $C = 300$ м/с относительно корпуса. Начальная масса ракеты $M = 270$ г. Какова наибольшая скорость ракеты, если масса ее заряда равна $m_0 = 180$ г? Трением пренебречь.

58. Найти первую космическую скорость, т. е. скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно стало двигаться вблизи поверхности Земли по круговой орбите.

59. Какова первая космическая скорость для планеты, масса и радиус которой в 2 раза больше, чем у Земли?

60. Какова первая космическая скорость для Луны?

61. Тело закреплено на конце упругой резиновой ленты и вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω. Определить радиус установившейся круговой траектории тела, если известны коэффициент упругости ленты k и ее начальная длина L.

62. Какая работа произведена при сжатии буферной пружины железнодорожного вагона на 5 см, если для сжатия пружины на 1 см требуется сила 30 кН?

63. Работа, затраченная на толкание ядра, брошенного под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, равна 216 Дж. Через сколько времени и на каком расстоянии от места бросания ядро упадет на землю? Масса ядра 2 кг. Сопротивлением воздуха пренебречь.

64. Вагонетку массой 3 т поднимают по рельсам в гору, наклон которой к горизонту равен 30°. Какую работу совершила сила тяги на пути 50 м, если известно, что вагонетка двигалась с ускорением 0,2 м/с^2? Коэффициент трения принять равным 0,1; ускорение свободного падения — 10 м/с^2.

65. Две пружины одинаковой длины, имеющие жесткость, равную соответственно 9,8 Н/см и 19,6 Н/см, соединены между собой параллельно. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружины на 1 см? Чему будет равна эта работа, если пружины будут соединены между собой последовательно и каждая из них растянута на 1 см?

66. Какую нужно совершить работу, чтобы пружину жесткостью 800 Н/м, сжатую на 6 см, дополнительно сжать на 8 см?

67. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин с жесткостью 400 Н/м и 250 Н/м, если первая пружина при этом растянулась на 2 см.

68. Найти работу, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела от 2 м/с до 6 м/с на пути 10 м. На всем пути действует постоянная сила трения в 2 Н. Масса тела равна 1 кг.

69. Двигатель тормозной системы электровоза развивает тормозное усилие $F_{\text{торм}}(t) = -kt$, где k — положительная константа. Найти работу тормозного двигателя за t секунд торможения. В момент включения двигателя скорость электровоза равна V_0. Масса электровоза равна M.

70. Определить работу, совершаемую при подъеме груза массой 50 кг по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту на расстоянии 4 м, если время подъема 2 с, а коэффициент трения — 0,06.

5. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант	Номера задач							
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75
6	6	16	26	36	46	56	66	76

Вариант	Номера задач							
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
10	10	20	30	40	50	60	70	80

1. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает вперед в горизонтальном направлении камень массой 2 кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в первый момент после бросания ее скорость была равна 0,1 м/с. Масса тележки с человеком равна 100 кг. Найти кинетическую энергию брошенного камня через 0,5 с после начала его движения. Сопротивлением воздуха при полете камня пренебречь.

2. Атом распадается на две части массами $1{,}6 \cdot 10^{-25}$ кг и $2{,}3 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетические энергии частей атома, если их общая кинетическая энергия равна $2{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Кинетическая энергия и импульс атома до распада равны нулю.

3. Тело массой 1 кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с, через 3 с упало на землю. Определить кинетическую энергию, которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Брошенный под некоторым углом к горизонту камень массы m поднимается на высоту h. В верхней точке траектории скорость камня равна V. Сила сопротивления воздуха совершает над камнем на пути от точки бросания до вершины траектории работу $A_{\text{сопр}}$. Чему равна скорость камня в начальный момент времени?

5. Определить величину кинетической энергии тела массой 1 кг, брошенного горизонтально со скоростью 20 м/с, в конце четвертой секунды движения.

6. Камень массой 1 кг брошен вертикально вверх с начальной скоростью 10 м/с. Построить графики зависимости от времени его кинетической, потенциальной энергии для интервала времени $0 \leqslant t \leqslant 2$ с.

7. Камень массой 1 кг брошен вертикально вверх с начальной скоростью 10 м/с. Построить графики зависимости его кинетической, потенциальной энергии от расстояния до начальной точки для интервала времени $0 \leqslant t \leqslant 2$ с.

8. Камень брошен со скоростью 15 м/с под углом 60° к горизонту. Масса камня 0,2 кг. Найти кинетическую энергию и потенциальную:

а) через 1 с после начала движения;

б) в высшей точке траектории;

в) в момент приземления.

9. Две пружины жесткостью 0,5 кН/м и 1 кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации 4 см.

10. Показать прямым вычислением, что работа, совершаемая при перемещении тела массы M в поле силы тяжести вдоль траектории 1–2–3–1, равна нулю (рис. 19). Объяснить полученный результат.

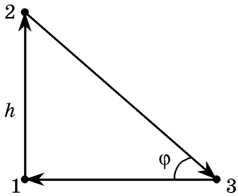


Рис. 19

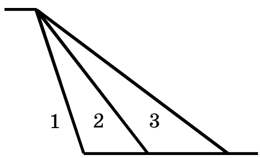


Рис. 20

11. Тело поочередно соскальзывает с вершин трех наклонных плоскостей, изображенных на рисунке 20. Сравнить скорости тела у оснований плоскостей 1, 2, 3. Трением пренебречь.

12. Определить скорость пули, если при выстреле в ящик с песком массой 5 кг, висящем на подвесе длиной 1 м, ящик отклонился от вертикального положения на угол 30°. Масса пули $m = 9$ г.

13. С какой наименьшей высоты H должно начаться скольжение тела, чтобы оно описало «мертвую петлю» радиусом $R = 5$ м, изображенную на рисунке 21? Трение считать пренебрежимо малым.

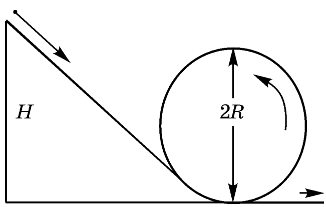


Рис. 21

14. Каким способом можно закинуть льдинку дальше: бросив в воздух под углом 45° к горизонту или пустив ее скользить по льду? Коэффициент трения льда о лед $k = 0{,}02$. Трением о воздух пренебречь.

15. Тело скользит без трения по поверхности полусферы радиусом $R = 1{,}5$ м из ее верхней точки. На какой высоте тело оторвется от поверхности полусферы?

16. Небольшое тело массой M лежит на поверхности полусферы радиусом R. В тело попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v и застревает в нем. Пренебрегая смещением тела во время удара, определить высоту, на которой тело оторвется от поверхности полусферы. При какой скорости пули тело сразу оторвется от полусферы?

17. Вычислить работу по растяжению на ΔL двух соединенных параллельно пружин жесткостью k_1 и k_2. Как изменится величина этой работы, если эти пружины соединить последовательно?

18. Два шарика разной массы подвешены на нитях одинаковой длины в одной точке. Нити отводят в горизонтальное положение и отпускают. После неупругого удара шариков нити отклонились на угол α. Чему равно отношение масс шариков?

19. Два маленьких одинаковых шарика подвешены на двух нитях равной длины $L = 20$ см, закрепленных свободными концами в одной и той же точке. Нить с одним из шариков отклоняют на 90° и отпускают. Определить высоту, на которую поднимутся эти шары после соударения, если оно — абсолютно неупругое. Каким будет движение шаров после абсолютно упругого соударения?

20. Шарик, движущийся со скоростью V, налетает на неподвижный шарик вдвое меньшей массы. После упругого удара первый шарик стал двигаться под углом 30° к своему начальному направлению движения. Чему равны скорости шариков после удара?

21. С башни высотой 25 м горизонтально брошен камень со скоростью 15 м/с. Найти кинетическую и потенциальную энергии камня спустя 1 с после начала движения. Масса камня 0,2 кг. Сопротивлением воздуха пренебречь.

22. Пуля массой 4,5 г, летевшая горизонтально, попадает в покоившийся на горизонтальной поверхности деревянный брусок массой 1,8 кг. Пуля застряла в бруске, а брусок пришел в движение и двигался на протяжении 1,8 м. Коэффициент трения между бруском и поверхностью — 0,2. Определить скорость пули.

23. Пуля массой 15 г, летящая с горизонтальной скоростью 0,5 км/с, попадает в баллистический маятник массой 6 кг и застревает в нем. Определить высоту, на которую поднимется маятник, откачнувшись после удара.

24. На краю стола высотой h лежит маленький шарик массой M. В него попадает пуля массой m, движущаяся горизонтально со скоростью V, направленной в центр шарика. Пуля застревает в нем. На каком расстоянии от стола по горизонтали упадет шарик на землю?

25. Два шарика массами m и M подвешены в одной точке на нитях длиной L. Шарик массы m отклонили на угол α и отпустили. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого соударения?

26. Задача о движении баллистического маятника. Эта задача является теоретическим основанием лабораторной работы вузовского физического практикума 30–50-х годов XX века.

Пуля массой m, летящая горизонтально, попадает в массивный пластилиновый шар массой M, висящий на нити длиной L, и застревает в нем. Определить скорость пули, если шар после выстрела отклонился на высоту h. Время соударения пули и шара считать очень малым, а длину нити L значительно бóльшей радиуса шара. С какой минимальной скоростью должна лететь пуля, чтобы шар на нити мог сделать один полный оборот?

27. Пуля массой 10 г, летящая с горизонтальной скоростью 400 м/с, попадает в мешок, набитый ватой, массой 4 кг и висящий на длинном шнуре. Найти высоту, на которую поднимется мешок.

28. Начальная скорость пули равна 800 м/с. При движении в воздухе за время 0,8 с ее скорость уменьшилась до 200 м/с. Масса пули равна 10 г. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости, определить коэффициент сопротивления. Действием силы тяжести пренебречь.

29. Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен 0,02.

30. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составила 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью, равной 25 м/с. Найти скорость меньшего осколка.

31. Фонарь массой 17 кг подвешен к середине троса длиной 20 м. Трос провисает на 0,5 м. Определить силу натяжения троса.

32. На концах однородного стержня массой 1 кг и длиной 60 см подвешены грузы массой 1 кг и 2 кг. Где нужно подпереть этот стержень, чтобы он остался в равновесии?

33. На наклонной плоскости, угол наклона которой α, стоит цилиндр радиусом R. Какова наибольшая высота цилиндра h, при которой он еще не опрокидывается?

34. Пять шаров, массы которых равны 1, 2, 3, 4 и 5 кг, последовательно закреплены на тонком невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии L друг от друга. Определить, на каком расстоянии от центра шара массой 5 кг находится центр тяжести системы.

35. Два шара диаметром 60 см скреплены в точке касания их поверхностей. На каком расстоянии от точки касания находится центр тяжести системы, если масса одного шара в 3 раза больше массы другого?

36. На обод маховика диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Определить момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время 3 с приобрел угловую скорость 9 (1/с).

37. Нить с привязанными к ее концам грузами массами 50 и 60 г перекинута через блок диаметром 4 см. Определить момент инерции блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение 0,2 рад/с^2. Трением и проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

38. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом 5 см. На шкив намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 0,4 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь 1,8 м за время 3 с. Определить момент инерции маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

39. Определить момент инерции тонкой плоской пластины со сторонами 10 и 20 см относительно оси, проходящей через центр масс пластины параллельно большей стороне. Масса пластины равномерно распределена по ее площади с поверхностной плотностью 1,2 кг/м^2.

40. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, $A = 2$ рад/с, $B = 0{,}2$ рад/с^3. Определить вращающий момент, действующий на стержень через время 2 с после начала вращения, если момент инерции стержня 0,048 кг $\cdot$ м^2.

41. Найти момент инерции и момент импульса земного шара относительно оси вращения.

42. Найти момент инерции однородного круглого прямого цилиндра массой m и радиусом R относительно оси цилиндра.

43. Столб высотой 3 м и массой 50 кг падает из вертикального положения на землю. Определить модуль момента импульса столба относительно точки опоры и скорость верхнего конца столба в момент удара о Землю.

44. Чему равен момент импульса (относительно центра орбиты) спутника Земли массой 1000 кг, который движется по круговой орбите радиусом в 2 раза большим радиуса Земли.

45. На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках гири массой 5 кг каждая. Расстояние до оси скамьи 70 см. Скамья вращается с частотой 1 с$^{-1}$. Как изменится частота вращения скамьи и какую работу произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до 20 см? Момент инерции человека и скамьи (вместе) относительно оси 2,5 кг $\cdot$ м^2.

46. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой 0,4 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии 0,8 м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг $\cdot$ м^2?

47. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой 60 кг. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы равна 240 кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

48. Платформа в виде диска радиусом 1 м вращается по инерции с частотой 6 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса которого равна 80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы равен 120 кг $\cdot$ м^2. Момент инерции рассчитывать как для материальной точки.

49. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной 2,4 м и массой 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой 1 с$^{-1}$. С какой частотой будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг $\cdot$ м^2.

50. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью 25 рад/с. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол 90°? Как изменится механическая энергия этой системы тел? Момент инерции человека и скамьи равен 2,5 кг $\cdot$ м^2, момент инерции колеса — 0,5 кг $\cdot$ м^2.

51. Шарик массой 100 г, привязанный к нити длиной 1 м, вращается, скользя без трения по горизонтальной плоскости, с частотой 1 $с^{-1}$. Нить укорачивается и шарик приближается к оси вращения до расстояния 0,5 м. С какой частотой будет вращаться шарик? Какую работу совершит сила натяжения, укорачивая нить?

52. Платформа в виде диска диаметром 3 м и массой 180 кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой 70 кг со скоростью 1,8 м/с относительно платформы?

53. Платформа в виде сплошного диска радиусом 1,5 м и массой 180 кг вращается около вертикальной оси с частотой 10 $мин^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

54. На краю платформы в виде диска диаметром 2 м, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой 8 $мин^{-1}$, стоит человек массой 70 кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой 10 $мин^{-1}$. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

55. Найти ускорение центра однородного шара радиусом R и массой m, скатывающегося без скольжения по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом.

56. Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра, скатившегося с наклонной плоскости высотой $h = 20$ см на горизонтальный участок.

57. Какова должна быть величина коэффициента трения скольжения μ, чтобы однородный цилиндр скатывался без скольжения с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом?

58. Найти кинетическую энергию велосипедиста, движущегося со скоростью 9 км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом равна 78 кг, причем на массу колес приходится 3 кг. Колеса велосипеда считать обручами, катящимися без проскальзывания.

59. Кинетическая энергия маховика, вращающегося с постоянной частотой 5 об/с, равна 60 Дж. Найти момент импульса маховика.

60. К ободу диска массой 5 кг приложена постоянная касательная сила 19,6 Н. Какую кинетическую энергию будет иметь диск через 5 с после начала действия силы?

61. Математический маятник совершает гармонические колебания периода T. Как изменится период колебаний, если маятник закрепить в лифте, движущемся вертикально вниз с ускорением a?

62. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = A\cos\omega(t + \tau)$, где $\omega = \pi c^{-1}$, $\tau = 0{,}2$ с. Определить период T и начальную фазу колебаний.

63. Определить период T, частоту и начальную фазу колебаний, заданных уравнением $x = A\sin[\omega(t + \tau)]$, где $\omega = 2{,}5\pi c^{-1}$, $\tau = 0{,}4$ с.

64. Гиря, подвешенная к пружине, колеблется по вертикали с амплитудой 4 см. Определить полную энергию колебаний гири, если жесткость пружины равна 1 кН/м.

65. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 6 и 10 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Найти разность фаз складываемых колебаний.

66. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

67. Математический маятник длиной 70 см находится в лифте, движущемся равноускоренно вниз так, что его скорость увеличивается на 2 м/с за каждую секунду. Чему равен период колебаний такого маятника?

68. Две идеально гладкие плоскости составляют двухгранный угол. Обе плоскости наклонены к горизонту под углом α. Определить период колебаний тела малых размеров, скользящего вверх и вниз по этим плоскостям. В начальный момент времени тело находилось на левой плоскости на высоте h от ее основания.

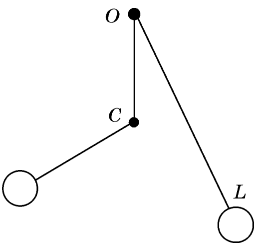


Рис. 22

69. Шарик, закрепленный на конце нити длиной $L = 3$ м, совершает гармонические колебания. Каким будет период колебаний шарика, если на пути движения нити на расстоянии 1 м от оси поставить препятствие C так, как это изображено на рисунке 22?

70. Груз, подвешенный на пружине, в покое растягивает ее на 1 см. С каким периодом начнет совершать гармонические колебания груз, если сместить его на 2 см вниз из нерастянутого положения и отпустить?

71. Чему равен период колебаний груза массы m, закрепленного:

а) на параллельно соединенных пружинах жесткостью k_1 и k_2;

б) последовательно соединенных пружинах жесткостью k_1 и k_2?

72. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания, равна 30 мкДж. Максимальная сила, действующая на тело, равна 1,5 мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 с и начальная фаза $\pi/3$.

73. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки 2 см, полная энергия колебания 0,3 мкДж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила 22,5 мкН?

74. Вагон массой 100 т имеет 4 рессоры. Жесткость каждой рессоры равна 200 кН/м. С какой скоростью движется вагон, если при длине рельсов 30 м вагон сильно раскачивает от толчков на стыках?

75. В упругой среде распространяется продольная волна со скоростью $V = 6$ м/с и периодом колебаний $T = 0{,}5$ с. Определить минимальное расстояние между двумя точками среды, которые колеблются в одинаковых фазах.

76. Волна распространяется со скоростью $V = 6$ м/с и частотой 4 Гц. Чему равна разность фаз колебаний точек среды, отстоящих друг от друга на расстоянии $L = 50$ см?

77. Определить частоту звуковых колебаний в стали, если расстояние между ближайшими точками бегущей звуковой волны, колебания которых отличаются по фазе на π радиан, равно 2,5 м, а скорость звука в стали равна 5000 м/с.

78. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии

30 см друг от друга. По этой дороге покатили детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на 2 см под действием груза массой 1 кг. С какой скоростью катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски 10 кг.

79. Звуковые колебания, имеющие частоту 0,5 Гц и амплитуду 0,25 мм, распространяются в упругой среде. Длина волны — 70 см. Найти скорость распространения волны и максимальную скорость частиц среды.

80. От источника колебаний распространяется волна вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний равна 10 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на $3\lambda/4$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $0{,}9\ T$?

6. БИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Архимед (287–212 до н. э.) — древнегреческий ученый. Родился в Сиракузах (Сицилия). Архимед получил блестящее образование у своего отца, астронома и математика Фидия. В юности провел несколько лет в Александрии, где познакомился с Эрастосфеном (библиотекарь и смотритель известнейшей александрийской библиотеки). Архимеду принадлежит множество технических изобретений, завоевавших ему необычайную популярность среди современников (Архимедов винт, системы для поднятия больших тяжестей, военные метательные машины и др.). Во время второй Пунической войны Архимед организовал инженерную оборону города. Изобретенные им военные метательные и другие машины в течение двух лет сдерживали осаду Сиракуз римлянами. Архимеду приписывают также сожжение римского флота направленным на него от системы зеркал солнечным светом. Архимед построил модель небесной сферы — механический прибор, на котором можно было наблюдать движение планет, Солнца и Луны; создал гидравлический орган, упоминаемый в трудах древних как одно из чудес техники. Считается, что еще в юности, во время пребывания в Александрии, Архимед изобрел водоподъемный механизм (Архимедов винт), сыгравший большую роль в ирригационных работах на засушливых землях египетского государства. Нам известны тринадцать трактатов Архимеда. В самом знаменитом из них — «О шаре и цилиндре» — Архимед устанавливает, что площадь поверхности шара в 4 раза больше площади наибольшего его сечения; определяет соотношение объемов шара и описанного около него цилиндра как 2:3 — открытие, которое он считал самым значимым. Архимеду принадлежат «Книга лемм», «Стомахион» и обнаруженные только в XX веке «Метод» (или «Эфод») и «Правильный семиугольник». Основные положения статики сформулированы в сочинении «О равновесии плоских фигур». Архимед рассматривает сложение параллельных сил, определяет понятие центра тяжести для различных фигур, дает вывод закона рычага. Знаменитый закон гидростатики, вошедший в науку как закон Архимеда, сформулирован в трактате «О плавающих телах».

Николай Коперник (19.02.1473–24.05.1543) — польский астроном. Образование получил в Краковской академии, в университетах Болоньи, Падуи, Феррары. В основном труде Коперника «О вращениях небесных сфер» (1543) возрождается и обосновывается в качестве научной истины древняя идея гелиоцентризма. Учение Коперника опровергало многовековую геоцентрическую традицию Аристотеля–Птолемея, нанесло удар по религиозным теологическим представлениям о Вселенной и месте человека в ней, послужило исходным пунктом развития новой астрономии и физики. Гелиоцентрическая концепция начала получать признание астрологов уже при жизни ученого. В честь Коперника названа малая планета 1322 Copernicus.

Галилео Галилей (05.02.1564–08.01.1642) — итальянский физик и астроном. Именно от него берет начало физика как наука. Галилей изобрел термометр, сконструировал (1586) гидростатические весы для определения удельного веса твердых тел, определил удельный вес воздуха, открыл закон сложения движений и закон постоянного периода колебаний маятника (1583), выдвинул идею применения маятника в часах. Физические исследования посвящены также гидростатике, прочности материалов. От Галилея ведет свое начало динамика. Он сформулировал два основных принципа механики, сыгравшие большую роль в развитии всей физики. Это известный принцип относительности для прямолинейного и равномерного движения и принцип постоянства ускорения силы тяжести. Галилей установил закон инерции (1609), законы свободного падения, движения тела по наклонной плоскости (1604–1609) и тела, брошенного под углом к горизонту. В июле 1609 года Галилей построил свою первую подзорную трубу — оптическую систему, состоящую из выпуклой и вогнутой линз, — и начал систематические астрономические наблюдения. Создание телескопа и астрономические открытия принесли Галилею широкую популярность. Он открыл фазы у Венеры, пятна на Солнце и т. п. Галилей налаживает у себя производство телескопов. Благодаря Галилею линзы и оптические приборы стали мощным орудием научных исследований. Оптические исследования Галилея были посвящены также учению о цвете, вопросам природы света, физической оптике. В 1632 году вышел «Диалог о двух главнейших системах мира», в котором Галилей отстаивал гелиоцентрическую систему Коперника. Выход книги разъярил церковников, инквизиция обвинила Галилея в ереси и, устроив процесс, заставила публично отказаться от учения Коперника, а на «Диалог» наложила запрет. После процесса в 1633 году Галилей был объявлен «узником святой инквизиции». В 1637 году он завершил труд «Беседы и математические доказательства», который подводил итог его исследований.

Иоганн Кеплер (1571–1630) — немецкий ученый, один из создателей механики небесных тел. Окончил в 1593 году Тюбингенский университет. В 1594–1600 годах работал в Высшей школе в Граце. Затем переехал в Прагу к датскому астроному Тихо Браге и вскоре после его смерти стал математиком при дворе императора Рудольфа II. Используя наблюдения Тихо Браге и свои собственные, открыл законы движения планет (три закона Кеплера). Два первых закона изложил в трактате «Новая астрономия» (1609), а третий — в трактате «Гармония Мира» (1619). Был активным сторонником учения Н. Коперника и своими работами способствовал его утверждению и развитию. В трактате «Сокращение Коперниковой астрономии» Кеплер показал, что открытые им для Марса первые два закона справедливы для всех других планет и Луны, а третий — также для движения четырех известных тогда спутников Юпитера. Эти законы стали основой для открытия И. Ньютоном закона всемирного тяготения. Кеплер считал, что Солнце — это одна из многочисленных звезд, причем другие звезды, рассеянные в пространстве, также окружены планетами. В 1627 году он закончил свою последнюю крупную работу «Рудольфовы таблицы», по которым можно было вычислять с довольно высокой точностью положение планет для любого момента времени. Этими таблицами пользовались несколько поколений астрономов. В 1604 году Кеплер опубликовал трактат «Дополнения к Виталлию», где были изложены основы оптики и был описан механизм зрения. Он создал геометрическую теорию зрения, по которой лучи света, испускаемые телами, преломляются в хрусталике глаза и создают изображение на сетчатке, что приводит к физиолого-психологическому процессу, завершающемуся субъективным восприятием внешнего мира. В 1604 году сформулировал закон обратной пропорциональной зависимости между освещенностью и квадратом расстояния до источника света.

Эванджелиста Торричелли (1608–1647) — итальянский математик и физик. Математическое образование получил в Риме под руководством Б. Касстелли — ученика Г. Галилея. В 1642 году под влиянием трудов Галилея написал «Трактат о движении тяжелых тел», в котором изложил свои взгляды на движение тел. После смерти Галилея был профессором, руководителем кафедры математики и физики в университете. В математике разработал и усовершенствовал ряд методов, используемых в решении задач. Использовал кинематические представления, в частности принцип сложения движений. Обобщил правило квадратуры параболы, определил квадратуру циклоиды. Независимо от Декарта вычислил длину дуги логарифмической спирали.

Блез Паскаль (1623–1662) — французский математик, физик, философ и писатель. Родился в семье юриста, занимавшегося также математикой. Получил домашнее образование. Рано проявил выдающиеся математические способности. В 16 лет сформулировал одну из основных теорем геометрии, в 1640–1644 годах сконструировал суммирующую машину, или счетное устройство, — «паскалево колесо». Паскаль известен работами по арифметике, теории чисел, алгебре, он сформулировал ряд основных положений теории вероятности. Его основные физические работы относятся к гидростатике. В 1653 году Паскаль сформулировал один из фундаментальных законов о полной передаче жидкостью производимого на нее внешнего давления (закон Паскаля) и установил принцип действия гидравлического пресса. В его честь названа единица давления — паскаль (Па).

Христиан Гюйгенс (1629–1695) — голландский физик, механик, математик и астроном. Учился в университетах Лейдена и Бреда. В 1665–1681 годах жил в Париже, где был избран членом Парижской академии наук. Физические исследования Гюйгенса относятся к разделам механики, оптики, молекулярной физики. В 1656 году Гюйгенс сконструировал первые маятниковые часы со спусковым механизмом гири, благодаря которому колебания маятника не затухали. Такие часы были необходимы для точного измерения интервалов времени в астрономических наблюдениях. Позже Гюйгенс решил задачу об определении периода колебаний физического маятника, установил законы, определяющие центростремительную силу. Гюйгенс исследовал также столкновение упругих тел и вывел его законы. В 1680 году он работал над «планетной машиной», для конструкции которой разработал теорию непрерывных дробей. В «Трактате о свете» (был издан в 1690 году) впервые в отчетливой форме Гюйгенсом изложена волновая теория света. Объясняя механизм распространения света, он выдвинул известный принцип, названный позже принципом Гюйгенса. Изучал также двойное лучепреломление исландского шпата и установил некоторые его закономерности. Ввел понятие «ось кристалла». Открыл в 1678 году поляризацию света. Работал над усовершенствованием телескопа, в частности объективов и окуляров. С помощью сконструированного телескопа в 1665 году открыл кольцо Сатурна и первый спутник Сатурна — Титан, определил его период вращения вокруг планеты. Близко подошел к открытию закона всемирного тяготения. Первый пришел к выводу, что Земля сжата возле полюсов, и высказал идею об измерении ускорения силы тяжести с помощью математического маятника.

Роберт Гук (1635–1703) — английский физик. Образование получил в Оксфордском университете, где работал ассистентом Р. Бойля. В 1660 году открыл один из газовых законов, названных впоследствии законом Бойля–Мариотта, а также закон упругости, известный как закон Гука. В 1665 году с помощью усовершенствованного микроскопа открыл клеточную структуру растений и ввел термин «клетка». Сконструировал прибор для измерения силы ветра, барометр, оптический телеграф, ирисовую диафрагму, усовершенствовал телескоп и обнаружил Красное пятно на Юпитере. В 1674 году высказал идею о существовании притяжения между всеми планетами, а в 1680 году предположил, что эта сила обратно пропорциональна квадрату расстояния между телами, о чем сообщил в письме Ньютону. Теория всемирного тяготения была изложена Ньютоном в 1686 году в «Математических началах натуральной философии». После опубликования этой книги у Гука и Ньютона возникли споры о приоритете в открытии закона тяготения. Споры привели к вражде, не прекращавшейся до самой их смерти. Гук пользовался авторитетом среди ученых. В период с 1677 по 1688 годы занимал почетную должность секретаря Лондонского королевского общества. Он изобрел основные метеорологические приборы, установил зависимость барометрического давления от состояния погоды, впервые оценил высоту атмосферы. Как геолог и эволюционист Гук далеко перешагнул уровень науки своего времени. Многие его изобретения вошли в «золотой фонд» науки и техники. В силу особенностей характера и из-за чрезвычайно широкого круга интересов Гук часто не доводил свои открытия до конца и утрачивал приоритет, по поводу которого ему приходилось часто спорить с Ньютоном, Гюйгенсом и другими учеными.

Исаак Ньютон (1643–1727) — выдающийся английский ученый. Образование получил в Кембриджском университете, который окончил в 1665 году. В период с 1669 по 1701 годы Ньютон возглавлял университетскую кафедру. В 1699 году он стал директором Монетного двора, немного позже членом, а в

1703 году — президентом Лондонского королевского общества. Его работы относятся к механике, оптике, астрономии, математике. Ньютон сформулировал основные законы классической механики, открыл закон всемирного тяготения, дисперсию света, развил корпускулярную теорию света, разработал дифференциальное и интегральное исчисление. Обобщив результаты исследований своих предшественников в области механики и свои собственные, в 1687 году издал огромный труд «Математические начала натуральной философии», которые содержали основные понятия классической механики, в частности массы, импульса, ускорения, силы, и три основных закона движения (законы Ньютона). На основе открытого закона всемирного тяготения Ньютон описал движение планет, их спутников и создал теорию тяготения. Открытие этого закона ознаменовало переход от кинематического описания солнечной системы к динамическому объяснению явлений и окончательно утвердило победу учения Коперника. Он показал, что из закона всемирного тяготения вытекают три закона Кеплера; объяснил особенности движения Луны, явление прецессии; рассмотрел проблему создания искусственного спутника Земли и т. д. Установил закон сопротивления и основной закон внутреннего трения в жидкостях и газах, дал формулу для скорости распространения волн. Создал физическую картину мира, которая длительное время господствовала в науке. Пространство и время он считал абсолютным, постулируя это в «Математических началах натуральной философии». С таким пониманием пространства и времени тесно связана его идея дальнодействия — мгновенной передачи действия от одного тела к другому на расстояние через пустое пространство. Ньютоновская теория дальнодействия и его схема мира господствовали до начала XX в. Огромный вклад Ньютон внес в оптику. В 1666 году при помощи трехгранной стеклянной призмы разложил белый свет на семь цветов в спектр, тем самым доказав его сложность (явление дисперсии), открыл хроматическую аберрацию. Пытаясь избежать аберрации в телескопах, в 1668–1671 годах сконструировал телескоп-рефлектор оригинальной системы — зеркальный, где вместо линзы использовалось вогнутое сферическое зеркало (телескоп Ньютона). Исследовал интерференцию и дифракцию света, изучая цвета тонких пластинок, открыл так называемые кольца Ньютона, установил закономерности в их размещении, высказал мысль о периодичности светового процесса. Пытался объяснить двойное лучепреломление и близко подошел к открытию явления поляризации. Свет считал потоком корпускул — частиц. Результаты своих оптических исследований изложил в «Оптике», изданной в 1704 году.

Генри Кавендиш (10.10.1731–24.02.1810) — английский физик и химик. В период с 1749 по 1753 год учился в Кембриджском университете. Большую часть жизни провел в одиночестве, полностью отдаваясь научной работе. Исследования проводил в собственной лаборатории, публикуя лишь те результаты, в которых был полностью уверен. Поэтому долгое время его работы по электричеству не были известны. Изданные в 1779 году Дж. Максвеллом эти работы показали, что во многих вопросах Кавендиш опережал свое время. Так, еще в 1771 году за 14 лет до опубликования этого закона Кулоном установил, что сила электростатического взаимодействия электрических зарядов обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Кавендиш ввел такое понятие, как электроемкость, экспериментально определил диэлектрическую проницаемость некоторых веществ.

В 1798 году на крутильных весах измерил силу гравитационного притяжения двух небольших сфер, подтвердив тем самым закон всемирного притяжения, определил гравитационную постоянную, массу и среднюю плотность Земли. В 1766 году получил водород и исследовал его свойства. Работы Кавендиша были также посвящены молекулярной физике, теплоте и математической физике.

Джеймс Ватт (19.01.1736–19.08.1819) — известный английский ученый и изобретатель. С 1785 года — член Лондонского королевского общества. Начиная с 1757 года работал в университете в Глазго, где изучал свойства водяного пара и с большой точностью провел исследование зависимости температуры насыщенного пара от давления. В 1765 году Ватт построил экспериментальную машину с диаметром цилиндра 16 см, а в 1768 году — первую большую паровую машину. В 1769 году Ватт получил английский патент на «способы уменьшения потребления пара и вследствие этого — топлива в огневых машинах», в котором излагался ряд новых технических положений: применение паровой рубашки для поддержания температуры в цилиндре, проект парового ротационного двигателя и многое другое. В 1774 году постройка парового двигателя была завершена; дальнейшие испытания показали, что этот двигатель оказался более чем в 2 раза эффективнее лучших машин того периода. Для обеспечения работы двигателя Ватт применил центробежный регулятор, соединенный с заслонкой на выпускном паропроводе. Ватт детально исследовал работу пара в цилиндре, впервые сконструировав для этой цели индикатор. В 1782 году получил английский патент на паровой двигатель с расширением. Ватт ввел первую единицу мощности — лошадиную силу (позднее его именем была названа другая единица мощности — ватт). Паровая машина Ватта, благодаря экономичности, получила широкое распространение и сыграла огромную роль в переходе к машинному производству. После 1784 года Ватт занимался, главным образом, производством паровых машин на своем заводе.

Томас Юнг (16.06.1773–10.05.1829) — английский ученый. С ранних лет обнаружил необыкновенные способности и феноменальную память. В 2 года научился бегло читать, в 4 — знал на память много сочинений английских поэтов, в 8–9 лет овладел токарным ремеслом и мастерил различные физические приборы, к 14 годам познакомился с дифференциальным исчислением по Ньютону, изучил много языков (греческий, латынь, французский, итальянский, арабский и др.). Учился в Лондонском, Эдинбургском и Геттингемском университетах, где сначала изучал медицину, но потом увлекся физикой, в частности оптикой и акустикой. Работы Юнга относятся к оптике, акустике, теплоте, механике, математике, астрономии, геофизике, филологии, зоологии и др. В опубликованном в 1800 году трактате «Опыты и проблемы по звуку и свету» следовал волновой теории света, подверг критике корпускулярную теорию Ньютона. Впервые указал на усиление и ослабление звука при наложении волн и предложил принцип суперпозиции волн. В 1801 году первый объяснил явление интерференции света и ввел термин «интерференция». Юнг выполнил первый демонстрационный эксперимент по наблюдению интерференции света, получив два когерентных источника, разработал теорию цветового зрения. В 1817 году выдвинул идею поперечности, или ортогональности, световых волн. В период с 1801 по 1803 годы был профессором Королевского института. В теории упругости Юнгу принадлежат исследования деформации растяжения и сдвига. В 1807 году ввел характеристику упругости — модуль упругости (модуль Юнга). В последние годы занимался составлением египетского словаря.

Джеймс Прескотт Джоуль (24.12.1818–11.10.1889) — английский физик, член Лондонского королевского общества. Математику, химию и физику Джоуль изучал под руководством Джона Дальтона. Первые работы Джоуля, относящиеся к 1838–1840 годам, касаются исследования законов электромагнетизма. Джоуль внес значительный вклад в исследование электромагнетизма и тепловых явлений, в создание физики низких температур, в обоснование закона сохранения энергии. В 1841 году Джоуль установил, что количество тепла, выделяющееся в металлическом проводнике при прохождении через него электрического тока, пропорционально электрическому сопротивлению проводника и квадрату силы тока. Изучая тепловые действия токов, Джоуль в 1843 году пришел к убеждению в существовании предусмотренной Майером зависимости между работой и количеством произведенного ею тепла и нашел численное отношение между этими величинами — механический эквивалент тепла. В 1847 году Джоуль докладывает об этом на заседании британской ассоциации в Оксфорде. С 1854 года Джоуль продает оставшийся ему от отца пивоваренный завод и всецело посвящает себя науке. Джоуль в течение своей жизни опубликовал 97 научных статей, большинство из которых касаются приложения механической теории тепла к теории газов, молекул, физике и акустике и принадлежат к классическим работам по физике. Джоуль был членом лондонского королевского общества и почетным доктором единбургского и лейденского университетов, был дважды награжден медалями королевского общества.

Константин Эдуардович Циолковский (1857–1935) — русский ученый и изобретатель в области аэродинамики, ракетодинамики, теории самолета и дирижабля; основоположник современной космонавтики. Родился в семье лесничего. После перенесенной в детстве болезни почти полностью потерял слух; глухота не позволила продолжать учебу в школе, и с 14 лет он занимался самостоятельно. С 16 до 19 лет жил в Москве, изучал физико-математические науки по программам средней и высшей школы. В 1879 году экстерном сдал экзамены на звание учителя и в 1880 году был назначен учителем арифметики и геометрии в уездное училище Калужской губернии. К этому времени относятся первые научные исследования Циолковского. Его работа — «Механика животного организма» получила благоприятный отзыв И. М. Сеченова, и Циолковский был принят в Русское физико-химическое общество. Первым печатным трудом о дирижаблях была опубликованная в 1892 году работа «Аэростат металлический управляемый». Циолковскому принадлежит идея постройки аэроплана с металлическим каркасом. В 1897 году Циолковский построил первую в России аэродинамическую трубу с открытой рабочей частью и разработал методику экспериментальных измерений. В ней Циолковский сделал продувки простейших моделей и определил коэффициент сопротивления шара, плоской пластинки, цилиндра, конуса и других тел. Важнейшие научные результаты получены Циолковским в теории движения ракет. Строгая теория реактивного движения была изложена им в 1896 году. Только в 1903 году ему удалось опубликовать часть статьи «Исследование мировых пространств реактивными приборами», в которой он обосновал реальную возможность их применения для межпланетных сообщений. Позже Циолковский разработал теорию многоступенчатых ракет. Его исследования впервые показали возможность достижения космических скоростей, доказав реальность межпланетных полетов.

В Калуге и Москве К. Э. Циолковскому поставлены памятники. В Калуге создан мемориальный дом-музей. Его имя носят Государственный музей истории космонавтики и педагогический институт, школа в Калуге, Московский авиационно-технологический институт.

Иван Всеволодович Мещерский (1865–1935) — русский ученый в области теоретической и прикладной механики. В 1882 году окончил Петербургский университет. С 1890 года — приват-доцент кафедры механики, затем — заведующий кафедрой теоретической механики Петербургского (затем Ленинградского) политехнического института. Основные труды посвящены механике тел переменной массы, ставшие теоретической основой разработок различных проблем, главным образом, реактивной техники, небесной механики. Последовательно проводил в жизнь идею тесной связи теоретической и прикладной механики. В работах «Динамика точки переменной массы» (1897) и «Уравнения движения точки переменной массы в общем случае» (1904) дал общую теорию движения точки переменной массы. В этих работах изложены основные уравнения динамики ракет. Статья Мещерского «Задача из динамики переменных масс» (1918) посвящена движению системы точек с переменными массами. Именем Мещерского назван кратер на Луне, а по задачнику И. В. Мещерского студенты и сегодня решают задачи по теоретической механике.

• III •

ПРАКТИКУМ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ

1. ПРОГРАММА РАЗДЕЛА «МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА» ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Молекулярно-кинетическая теория. Молекулярное строение вещества. Агрегатные состояния. Идеальный газ. Законы идеального газа. Объединенный газовый закон. Уравнение Менделеева–Клапейрона. Изопроцессы. Давление газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Степени свободы и структура молекул. Классическая теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы молекулы. Внутренняя энергия и температура газа. Работа и количество теплоты в различных процессах. Первое начало термодинамики. Классическая теория теплоемкости идеального газа. Уравнение Майера. Адиабатный процесс. Уравнение адиабаты. Коэффициент Пуассона. Тепловые двигатели. Цикл Карно. Теорема о наибольшем коэффициенте полезного действия теплового двигателя.

Статистические распределения. Определение вероятности. Плотность вероятности. Распределение плотности вероятности. Распределение молекул газа по скоростям (распределение Максвелла). Наивероятнейшая, средняя и среднеквадратичная скорости. Экспериментальное определение скоростей молекул газа. Барометрическая формула. Зависимость плотности и давления газа от высоты. Распределение концентрации молекул в потенциальном поле. Закон Больцмана.

Необратимость. Необратимые процессы. Энтропия. Второй закон термодинамики. Неравенство Клаузиуса.

Явления переноса. Средняя длина свободного пробега, газокинетическое сечение и число столкновений молекул. Диффузия, ее механизм. Коэффициент диффузии. Внутреннее трение. Динамическая и кинематическая вязкость. Теплопроводность газов. Коэффициент теплопроводности.

Реальные газы и жидкости. Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы. Жидкое состояние. Поверхность жидкости. Поверхностное натяжение. Формула Лапласа.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МКТ

Уравнение состояния идеального газа или уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где P — давление газа, Па; V — объем газа, м^3; m — масса газа; μ — молярная масса газа; $R = 8{,}31441$ Дж/(моль $\cdot$ К) —

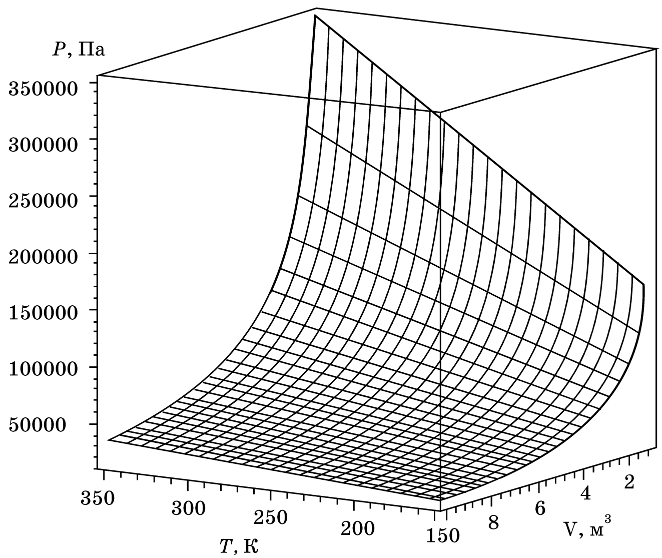


Рис. 23

газовая постоянная; T — термодинамическая температура, К. Это уравнение описывает в фазовом пространстве переменных (P, V, T) фазовую поверхность, точки которой соответствуют всем возможным состояниям идеального газа. На рисунке 23 изображена фазовая поверхность для идеального газа в количестве 120 молей.

Давление смеси газов определено законом Дальтона и равно сумме парциальных давлений отдельных компонентов смеси:

$$P = \sum_{i-1}^{n} P_i.$$

Здесь P_i — парциальное давление i-го компонента смеси, т. е. давление, которое создавал бы этот компонент, если бы он заполнял весь объем сосуда.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа имеет вид:

$$P = \frac{2}{3} n\bar{w} = \frac{2}{3} n \frac{m_0 V^2}{2},$$

где n — концентрация молекул, м$^{-3}$; $\bar{w}$ — средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения одной молекулы; m_0 — ее масса; $V = \sqrt{\bar{V}^2}$ — средняя квадратичная скорость молекул.

Применив основные положения МКТ к уравнению Менделеева–Клапейрона, получим иную форму основного уравнения МКТ идеального газа:

$$P = n \cdot k \cdot T,$$

где $k = 1{,}380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура, К.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT.$$

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ, РАБОТА ГАЗА, КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT,$$

где i — число степеней свободы молекул.

Элементарное изменение внутренней энергии идеального газа:

$$dU = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RdT.$$

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема:

$$d'A = PdV.$$

Полная работа, совершаемая при изменении объема газа от значения V_1 до значения V_2:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV.$$

Работа, совершаемая при изотермическом изменении объема газа:

$$A = RT\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Если $d'Q$ — количество теплоты, полученное газом, то полная или интегральная теплоемкость тела определяется как

$$C = \frac{d'Q}{dT}\left(\text{Дж}/\text{К}\right)$$

— количество теплоты, необходимое для изменения температуры всей массы тела на 1 К. Молярная теплоемкость, т. е. теплоемкость одного моля вещества, будет в $\nu = \dfrac{m}{\mu}$ раз меньше:

$$C_{\text{М}} = \frac{m}{\mu}\cdot\frac{d'Q}{dT}.$$

Первое начало термодинамики, выражающее закон сохранения энергии, в дифференциальной форме может быть записано в виде:

$$d'Q = dU + d'A.$$

Применение первого начала термодинамики к определению молярных теплоемкостей изохорного и изобарного процессов дает следующий результат:

$$(C_{\text{М}})_V = \frac{i}{2}R,\ \ (C_{\text{М}})_P = \frac{i+2}{2}R.$$

Рассмотренные молярные теплоемкости связаны между собой уравнением Майера:

$$(C_{\text{М}})_P - (C_{\text{М}})_V = R.$$

Состояние идеального газа при адиабатном процессе ($d'Q = 0$) удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$PV^{\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ — показатель адиабаты, или коэффициент Пуассона, для идеального газа $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$.

ОБРАТИМЫЕ ПРОЦЕССЫ. ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ. ЦИКЛ КАРНО

Обратимый термодинамический процесс — процесс, который возможен как в прямом, так и в обратном направлении. Любой обратимый процесс — равновесный. Равновесие процессов достигается за счет чрезвычайно малой скорости их протекания. При этом любое состояние термодинамической системы является квазистационарным, т. е. почти стационарным.

Круговой (циклический) процесс — процесс, в котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное. Траектория процесса в фазовом пространстве или пространстве фазовых переменных — замкнутая кривая. Идеальная тепловая машина Карно — машина, работающая по обратимому, или равновесному, циклическому процессу, состоящему из двух изотерм с температурами газа T_1 и T_2 и двух адиабат. Рабочим телом этой тепловой машины является идеальный газ. Цикл был рассмотрен в 1824 году французским теплотехником С. Карно.

Коэффициент полезного действия η (к. п. д.) тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A — работа, совершаемая рабочим телом за цикл; Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя за цикл; Q_2 — количество теплоты, отданное холодильнику.

Наибольший коэффициент полезного действия имеет идеальная тепловая машина:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БОЛЬЦМАНА

Функция распределения Максвелла молекул по модулю скорости:

$$f(V) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{-m_0 V^2}{2kT} \right) \cdot V^2,$$

где m_0 — масса молекулы.

Число молекул, модуль скорости которых лежит в интервале от V до $(V + dV)$:

$$dN_v = N \cdot f(V) dV,$$

где N — полное число молекул газа.

Средняя скорость молекул газа при выполнении распределения Максвелла:

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул:

$$\bar{V}_{\text{кв}} = \sqrt{\bar{V}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Наиболее вероятная скорость молекул:

$$V_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}.$$

Распределение Больцмана молекул во внешнем потенциальном поле:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{W_p}{kT} \right),$$

где n — концентрация молекул, обладающих потенциальной энергией W_p; n_0 — концентрация молекул с нулевой потенциальной энергией.

Из распределения Больцмана для воздуха в поле гравитационного притяжения Земли получена барометрическая формула. Она описывает уменьшение давления атмосферы с высотой h в поле силы тяжести:

$$P = P_0 \exp\left(\frac{-\mu g h}{RT} \right),$$

где P — давление воздуха на высоте h; P_0 — давление на поверхности Земли ($h = 0$); $g = 9{,}81$ м/с^2 — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли; μ — молярная масса газа (для воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/м^3).

Эта формула получена в изотермическом приближении.

НЕОБРАТИМЫЕ ПРОЦЕССЫ. ЭНТРОПИЯ. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Энтропия — функция, определяемая только состоянием системы. Она, в отличие от работы и количества теплоты, не зависит от способа изменения состояния термодинамической системы:

$$S = \int \frac{d'Q}{T} + \text{const}.$$

Разность энтропии ($S_B - S_A$) двух состояний (B и A) определяется формулой:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Второе начало термодинамики — закон возрастания энтропии: любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит с возрастанием энтропии, т. е. $dS > 0$ (для обратимых процессов $\Delta S = 0$). Для замкнутых систем справедливо неравенство Клаузиуса $dS \geqslant 0$.

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{V}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n},$$

где $\bar{V}$ — средняя скорость молекул; $\bar{z}$ — среднее число столкновений каждой молекулы с остальными за одну секунду; σ — эффективный диаметр молекулы; n — число молекул в одном кубическом метре объема (концентрация молекул).

Масса вещества, перенесенная за время Δt при диффузии, определена соотношением:

$$\Delta m = -D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S \Delta t,$$

где $\frac{\Delta\rho}{\Delta x}$ — относительное изменение плотности в направлении оси x, перпендикулярной к площадке ΔS (градиент плотности); $D = \bar{V}\frac{\bar{\lambda}}{3}$ — коэффициент диффузии ($\bar{V}$ — средняя скорость; $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега молекул). Знак «−» показывает, что массоперенос происходит в направлении уменьшения плотности.

Импульс, перенесенный молекулами газа за время Δt, определяет силу внутреннего трения $F_{\text{тр}}$ в газе:

$$F_{\text{тр}} = -\eta\frac{dV}{dx}\Delta S,$$

где $\frac{dV}{dx}$ — относительное изменение скорости течения газа в направлении оси x, перпендикулярной к площадке ΔS (градиент скорости); $\eta = \bar{V}\cdot\frac{\bar{\lambda}\rho}{3}$ — динамическая вязкость.

Количество теплоты, перенесенное за время Δt вследствие теплопроводности, определяется формулой:

$$Q = -k\frac{dT}{dx}\Delta S\Delta t,$$

где $\frac{dT}{dx}$ — относительное изменение температуры в направлении оси x, перпендикулярной к площадке ΔS; $k = \bar{V}\frac{\bar{\lambda}C_V\rho}{3}$ — коэффициент теплопроводности.

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольной массы m газа имеет вид:

$$\left(P + \frac{m^2}{\mu^2}\cdot\frac{a}{V^2}\right)\cdot\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT,$$

где V — объем всего газа; μ — молярная масса газа. В этом уравнении $\frac{m^2}{\mu^2}\cdot\frac{a}{V^2} = P_i$ — дополнительное давление, обусловленное силами взаимодействия молекул; $\frac{m}{\mu}b = V_i$ —

объем, занимаемый собственно молекулами газа. Постоянные параметры a и b различны для разных газов и связаны с критической температурой, критическим давлением и критическим молярным объемом.

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ. ЖИДКОЕ СОСТОЯНИЕ

Фаза — равновесное состояние вещества, отличающееся по физическим свойствам от других возможных равновесных состояний того же вещества.

Фазовый переход — переход вещества из одного фазового (агрегатного) состояния в другое.

Поверхность жидкости характеризует ближний порядок — упорядоченное расположение частиц, повторяющееся на расстояниях, сравнимых с расстоянием между атомами. Поверхностное натяжение численно равно силе, приложенной к единице длины края поверхностной пленки жидкости $\sigma = \frac{F}{L}$ (Н/м). При изменении площади пленки на ΔS совершается работа $\Delta A = \sigma \cdot \Delta S$. Результирующие силы молекул поверхностного слоя оказывают на жидкость давление — молекулярное (внутреннее). Добавочное давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой Лапласа:

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости. Радиус R считается положительным, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицательным, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1.

Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра имеется тонкий поршень, который может скользить в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится водород массой $m_1 = 4$ г, с другой стороны — азот

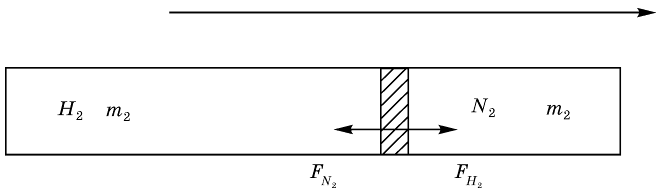


Рис. 24

массой $m_2 = 14$ г (рис. 24). Какую часть объема цилиндра занимает водород?

Дано:
$m_1 = 4$ г
$m_2 = 14$ г

$\eta = ?$

Решение.

Считаем, что система находится в состоянии равновесия и поршень в цилиндре неподвижен. Это возможно в случае, если силы давления, действующие на поршень со стороны водорода и азота, уравновешивают друг друга и давления газов одинаковы:

$$P_{H_2} = P_{N_2}.$$

Для водорода и азота (H_2 и N_2) запишем объединенный газовый закон в форме уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$P_{H_2} V_{H_2} = \frac{m_1}{\mu_1} RT,$$

$$P_{N_2} V_{N_2} = \frac{m_2}{\mu_2} RT,$$

где μ_1, V_{H_2} — молярная масса и объем водорода H_2; μ_2, V_{N_2} — молярная масса и объем азота N_2.

Из этих уравнений определим давления газов P_{H_2} и P_{N_2}:

$$P_{H_2} = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V_{H_2}}; \quad P_{N_2} = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V_{N_2}}.$$

Приравнивая давления газов, получим следующее равенство:

$$\frac{m_1 kT}{\mu_1 V_{H_2}} = \frac{m_2 kT}{\mu_2 V_{N_2}},$$

где $V_{N_2} = V - V_{H_2}$, а V — полный объем цилиндра.

После алгебраических преобразований получим уравнение, содержащее неизвестные объемы:

$$m_1\mu_2\left(V - V_{H_2}\right) = m_2\mu_1 V_{H_2}.$$

Решим это уравнение и определим искомое отношение объемов:

$$\eta = \frac{V_{H_2}}{V} = \frac{m_1\mu_2}{m_1\mu_2 + m_2\mu_1} = 0{,}8.$$

Задача 2.

Построить графики зависимости плотности кислорода: а) от давления при $T = \text{const} = 390$ К в интервале значений $0 \leqslant p \leqslant 400$ кПа с шагом 50 кПа; б) от температуры T при $p = \text{const} = 400$ кПа в интервале 200 К $\leqslant T \leqslant$ 300 К с шагом 20 К.

Дано:

а) $T = 390$ К (const)
$0 \leqslant p \leqslant 400$ кПа
б) $p = 400$ кПа (const)
200 К $\leqslant T \leqslant$ 300 К

а) $\rho = \rho(p)$
б) $\rho = \rho(T)$ — ?

Решение.

Для построения соответствующих графиков найдем вид зависимости плотности кислорода ρ: а) от давления $\rho = \rho(p)$; б) от абсолютной температуры $\rho = \rho(T)$. По определению плотность $\rho = \dfrac{m}{V}$.

Считая газ идеальным, для нахождения массы воспользуемся уравнением Менделеева–Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Тогда для плотности газа получим следующий результат:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

а) В первом случае зависимость плотности газа от давления при постоянстве температуры будет линейной. График — прямая линия:

$$\rho(p) = bp,$$

где $b = \dfrac{\mu}{RT} = 10^{-5}$ (кг/Дж) — коэффициент пропорциональности.

б) Во втором случае изобарного процесса плотность газа обратно пропорциональна температуре газа:

$$\rho(T) = \frac{c}{T},$$

где коэффициент

$$c = \frac{p\mu}{R} = 1{,}5 \cdot 10^3 \ (\text{кг К/м}^3).$$

График зависимости давления p (Па) от температуры представляет собой гиперболу, изображенную на рисунке 25.

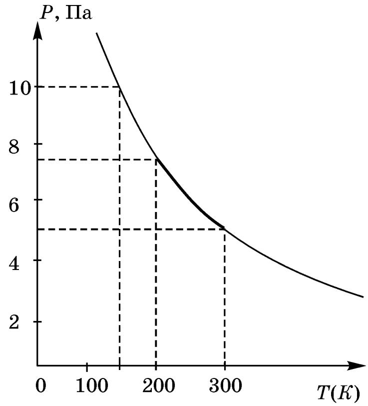


Рис. 25

Задача 3.

Газ находится в цилиндре под невесомым поршнем, площадь которого 100 см^2. При температуре $t = 7°C$ на поршень положили гирю массой $m_{ГР} = 10$ кг. При этом поршень опустился. Как нужно нагреть газ в цилиндре, чтобы поршень оказался на прежней высоте? Атмосферное давление нормальное и равно $P_0 = 0{,}1$ МПа.

Дано:

$S = 100$ см^2
$t_1 = 7°C$
$m_{ГР} = 10$ кг
$P_0 = 0{,}1$ МПа

$\Delta T = ?$

Решение.

В условии задачи фигурируют два состояния газа — начальное и конечное.

Начальное состояние газа, имевшее место до того, как на поршень была положена гиря, удовлетворяет уравнению Менделеева–Клапейрона:

$$P_0 V = \frac{m}{M} R T_1, \tag{1}$$

где V — объем газа под поршнем без груза; $T_1 = 280$ К — начальная абсолютная температура; m — масса газа.

После того, как на поршень была положена гиря и газ был нагрет до температуры $T_2 = T_1 + \Delta T$, его конечное состояние также может быть описано уравнением Менделеева–Клапейрона:

$$\left(P_0+\frac{m_{\text{ГР}}\cdot g}{S}\right)\cdot V=\frac{m}{M}\cdot R\cdot(T_1+\Delta T). \qquad (2)$$

Конечное давление газа обусловлено суммарным действием атмосферного давления и гири

$$\left(P_0+\frac{m_{\text{ГР}}g}{S}\right).$$

По условию задачи объем газа остается постоянным. Разделив уравнение (2) на уравнение (1), после алгебраических преобразований получим результат:

$$\Delta T=T_1\cdot\frac{m_{\text{ГР}}g}{S\cdot P_0}=28K.$$

Задача 4.

Для изобарного нагревания некоторой массы газа на $\Delta t_1 = 50°C$ необходимо затратить количество теплоты $Q_1 = 670$ Дж. Если эту массу газа изохорно охладить на $\Delta t_2 = 100°C$, то выделяется теплота $Q_2 = 1005$ Дж. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

Дано:

$\Delta t_1 = 50°C$

$Q_1 = 670$ Дж

$\Delta t_2 = 100°C$

$Q_2 = 1005$ Дж

$i = ?$

Решение.

Число степеней свободы молекул газа влияет на величину теплоемкости и количество теплоты, необходимое для реализации того или иного теплового процесса. По условию задачи газ участвует в двух процессах, которые могут быть описаны системой двух уравнений. Решив ее, сможем ответить на вопрос задачи. В дальнейшем газ считаем идеальным.

Количество теплоты, которое необходимо для изобарного нагревания газа на температуру ΔT_1, зависит от величины молярной теплоемкости газа

$$C_P=\frac{i+2}{2}R$$

(где i — число степеней свободы молекул газа):

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_P \Delta T_1.$$

После преобразования получим уравнение, содержащее две неизвестных величины — число молей газа $\nu = \frac{m}{\mu}$ и число степеней свободы молекул газа i:

$$Q_1 = \nu \cdot \frac{i+2}{2} R \cdot \Delta T_1. \qquad (1)$$

Аналогично для изохорного охлаждения необходимо передать во внешнюю среду количество теплоты:

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T_2,$$

где $C_V = \frac{i}{2} R$ — молярная теплоемкость изохорного процесса.

После преобразований получим второе уравнение, содержащее те же две неизвестных величины:

$$Q_2 = \nu \cdot \frac{i}{2} R \cdot \Delta T_2. \qquad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), окончательно получим результат:

$$i = \frac{2Q_1 \Delta T_2}{Q_1 \Delta T_2 - Q_2 \Delta T_1} = \frac{2 \cdot 1005 \cdot 50}{670 \cdot 100 - 1005 \cdot 50} = 6.$$

Задача 5.

Состояние идеального газа в тепловой машине изменяется циклически в соответствии с замкнутой фазовой траекторией 1–2–3–4–1, изображенной на рисунке 26. Определить к. п. д. этой тепловой машины.

Дано:

$P_1 = P_2 = 2P_0$

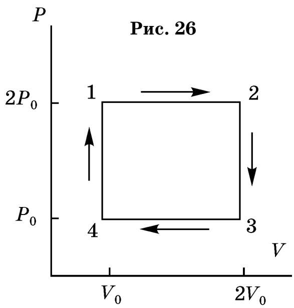
$P_3 = P_4 = P_0$

$V_1 = V_4 = V_0$

$V_2 = V_3 = 2V_0$

Н — ?

Рис. 26



Решение.

Решение лучше начать с ответа на вопрос задачи. Это позволит сформировать план дальнейших действий. По определению коэффициент полезного действия тепловой машины равен:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A — работа, совершаемая газом за цикл; Q_1 — количество теплоты, полученное им от нагревателя за цикл; Q_2 — количество теплоты, отданное охладителю.

Эти величины могут быть найдены лишь в результате последовательного рассмотрения отдельных элементарных процессов, составляющих этот цикл.

а) Процесс 1–2 является изобарным, поэтому работа газа на этом участке:

$$A_{12} = p_1 \cdot \Delta V_{12} = 2p_0V_0.$$

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T_{12},$$

где i — число степеней свободы молекулы газа.

Из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что для изобарного процесса 1–2 справедливо равенство:

$$\frac{m}{\mu}R\Delta T_{12} = p_1\Delta V_{12},$$

т. е. $\Delta U_{12} = \frac{i}{2} p_1 \Delta V_{12} = i \cdot p_0 V_0$.

Количество теплоты, необходимое для этого процесса:

$$Q_{12} = C_p \frac{m}{\mu}\Delta T = \frac{i+2}{2}R\frac{m}{\mu}\Delta T = \frac{i+2}{2}p\Delta V = (i+2)p_0V_0.$$

Для нахождения этой величины можно было воспользоваться первым началом термодинамики

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = i \cdot p_0V_0 + 2p_0V_0 = (i+2)p_0V_0$$

и получить тот же самый результат.

б) Процесс 2–3 — изохорный. На этом участке газ не совершает работу, т. е. $A_{23} = 0$, а изменение внутренней энергии может быть определено, как и в предыдущем случае, из соотношения

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T_{23}.$$

Из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что для изохорного процесса 2–3 справедливо равенство:

$$\frac{m}{\mu} R\Delta T_{23} = V_2 \Delta p_{23},$$

т. е. $\Delta U_{23} = \frac{i}{2} V_2 \Delta p_{23} = -i \cdot p_0 V_0$.

Как видим, процесс 2–3 идет с понижением температуры газа. Количество теплоты на этом участке определим на основании первого начала термодинамики:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = -i \cdot p_0 V_0.$$

В этом процессе газ отдает теплоту охладителю.

в) Процесс 3–4 — изобарный. На этом участке объем газа уменьшается, и работа газа — отрицательна:

$$A_{34} = p_3 \Delta V_{34} = -p_0 V_0.$$

Изменение внутренней энергии на этом участке циклического процесса равно:

$$\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R\Delta T_{34} = \frac{i}{2} p_3 \Delta V_{34} = -\frac{i}{2} \cdot p_0 V_0.$$

Для реализации этого процесса необходима теплота в количестве:

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} = -\frac{i}{2} p_0 V_0 - p_0 V_0 = -\frac{i+2}{2} p_0 V_0.$$

г) Процесс 4–1 — изохорный, и работа газа на этом участке $A_{41} = 0$. Изменение внутренней энергии определим аналогично случаю б):

$$\Delta U_{41} = \frac{i}{2} V_4 \Delta p_{41} = \frac{i}{2} \cdot p_0 V_0.$$

Газ нагревается за счет подведенной от нагревателя теплоты:

$$Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41} = \frac{i}{2} \cdot p_0 V_0.$$

В целом за цикл внутренняя энергия системы не изменяется:

$$\Delta U = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} =$$

$$= i \cdot p_0 V_0 - i \cdot p_0 V_0 - \frac{i}{2} \cdot p_0 V_0 + \frac{i}{2} p_0 V_0 = 0.$$

Работа, совершенная газом за цикл

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = 2p_0V_0 + 0 - p_0V_0 + 0 = p_0V_0,$$

численно равна площади прямоугольника 1–2–3–4, образованного циклической фазовой траекторией в координатах (p, V).

Количество теплоты, полученной газом от нагревателя за цикл, равно:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{41} = \frac{3i+4}{2} \cdot p_0V_0,$$

а количество теплоты, отданное за цикл охладителю, равно:

$$Q_2 = Q_{23} + Q_{34} = \frac{3i+2}{2} \cdot p_0V_0.$$

Разность этих величин, как это и должно быть, совпадает с ранее найденной величиной работы, совершенной газом за цикл:

$$A = Q_1 - Q_2 = p_0V_0.$$

Коэффициент полезного действия тепловой машины, работающей по рассмотренному циклу, может быть определен следующим образом:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{2}{3i+4}.$$

Для одноатомных молекул газа ($i = 3$) он равен $15{,}4\%$, а в случае двухатомных молекул ($i = 5$) — $10{,}5\%$.

Задача 6.

Состояние идеального газа в тепловой машине изменяется циклически в соответствии с замкнутой фазовой траекторией 1–2–3–4–1, изображенной на рисунке 27. Показать, что для этого процесса выполняется равенство $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$.

Дано:

$P_1 = P_2$

$P_3 = P_4$

$V_1 = V_4$

$V_2 = V_3$

$\frac{T_1}{T_2}$? $\frac{T_4}{T_3}$

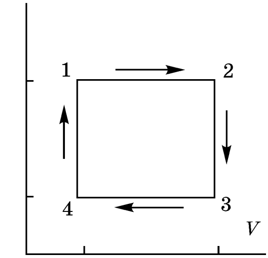


Рис. 27

Р е ш е н и е.

Рассмотрим два способа решения.

1. Первый способ основан на выполнении объединенного газового закона для процессов 1–2, 2–3, 3–4, 4–1:

$$\begin{cases} \dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2} \\ \dfrac{V_3}{T_3} = \dfrac{V_4}{T_4} \end{cases}.$$

Разделив первое уравнение системы на второе с учетом условия равенства объемов $V_1 = V_4$ и $V_2 = V_3$, получим

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2},$$

а после преобразования — требуемое равенство

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}.$$

2. Второй способ решения основан на использовании равенства Клаузиуса, которое для замкнутого равновесного процесса 1–2–3–4–1 имеет следующий вид:

$$\oint \frac{d'Q}{T} = \int_1^2 \frac{d'Q}{T} + \int_2^3 \frac{d'Q}{T} + \int_3^4 \frac{d'Q}{T} + \int_4^1 \frac{d'Q}{T} = 0. \qquad (1)$$

В равенстве (1) элементарное количество теплоты

$$d'Q = \frac{m}{\mu} C \cdot dT$$

зависит от способа изменения состояния газа. Учтем характер процессов: 1–2 и 3–4 — изобарные с молярной теплоемкостью C_P; 2–3 и 4–1 — изохорные с молярной теплоемкостью C_V.

После преобразований равенства (1) и вычисления интегралов получим:

$$\begin{aligned} C_P\left(\ln\frac{T_2}{T_1} + \ln\frac{T_4}{T_3}\right) + C_V\left(\ln\frac{T_3}{T_2} + \ln\frac{T_1}{T_4}\right) = \\ = (C_P - C_V)\cdot\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{T_4}{T_3}\right) = 0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Из равенства (2) следует справедливость доказываемого соотношения $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$.

Задача 7.

При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta V = 50$ м/с?

Дано:
$\Delta V = 50$ м/с

Т — ?

Решение.

Для решения задачи запишем выражения для наиболее вероятной скорости молекул $V_{\text{В}}$ и средней квадратичной скорости $V_{\text{КВ}} = \sqrt{\overline{V}^2}$:

$$V_{\text{В}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

$$\bar{V}_{\text{КВ}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}}.$$

Определив разность этих скоростей, запишем уравнение, содержащее неизвестную температуру:

$$\sqrt{\frac{3RT}{\mu}} - \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \Delta V.$$

После алгебраических преобразований получим аналитический и числовой результат:

$$T = \frac{\mu}{R}\left(\frac{\Delta V}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right)^2 \approx 83\,\text{К}.$$

Задача 8.

Азот массой $m = 1$ кг находится в сосуде объемом $V = 200$ л под давлением $P = 100$ кПа. Азот расширяется до объема 540 л, при этом его давление падает в 2,7 раза. Определить изменения его внутренней энергии и энтропии.

Дано:
$m = 1$ кг
$M = 0{,}028$ кг/моль
$V_1 = 0{,}2$ м^3
$V_2 = 0{,}54$ м^3
$P_1 = 100$ кПа
$P_2 = P_1/2{,}7$

ΔU, ΔS — ?

Решение.

Газ в этой задаче считаем идеальным. Определим его температуру в начальном и конечном состоянии из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{\left(\frac{m}{M}R\right)} \text{ и}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{\left(\frac{m}{M}R\right)} = \frac{P_1 V_2}{\left(2{,}7 \cdot \frac{m}{M}R\right)}.$$

Внутренняя энергия и энтропия являются функциями состояния, т. е. не зависят от способа изменения состояния термодинамической системы.

Внутренняя энергия идеального газа прямо пропорциональна абсолютной температуре. Ее изменение вычислим следующим образом:

$$\Delta U = \frac{m}{M}R \cdot (T_2 - T_1) = P_1 \cdot \left(\frac{V_2}{2{,}7} - V_1\right) = 0.$$

Вычисления показывают, что температура газа в начальном и конечном состоянии совпадают, совпадают и значения внутренней энергии. Однако это не означает, что в промежуточных точках рассматриваемого процесса внутренняя энергия газа будет такой же.

Изменение энтропии газа в этом процессе определим так, как будто он — изотермический:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{d'Q}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 (dU + d'A) =$$

$$= \frac{1}{T}\int_1^2 d'A = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} P(V) \cdot dV = \frac{m}{M}R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Здесь было использовано первое начало термодинамики:

$$d'Q = dU + d'A.$$

Вычисления дают следующий численный результат:

$$\Delta S = 294{,}8 \text{ Дж}.$$

Задача 9.

Некоторое тело, находясь при температуре в 350 К, в процессе изотермического квазистационарного изменения состояния совершило работу 80 Дж, при этом его внутренняя энергия увеличилась на 7,5 Дж. Каково изменение энтропии тела?

Дано:

$T = 350$ К

$A = 80$ Дж

$\Delta U = 7{,}5$ Дж

ΔS — ?

Решение.

В полном соответствии с определением энтропии и первым началом термодинамики:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{d'Q}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 (dU + d'A) =$$

$$= \frac{A + \Delta U}{T} = \frac{80 + 7{,}5}{350} = 0{,}25 \text{ Дж.}$$

Задача 10.

Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре $t = 100$°C и давлении 0,1 мм рт. ст. Диаметр молекул углекислого газа принять равным $d = 0{,}32$ нм.

Дано:

$T = 373$ К

$p = 13{,}3$ Па

$d = 0{,}32 \text{ нм} = 3{,}2 \cdot 10^{-10}$ м

$\bar{\lambda}$ — ?

Решение.

Запишем выражение для средней длины свободного пробега молекул газа:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{V}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

В этом равенстве концентрация молекул зависит от давления и температуры газа:

$$n = \frac{p}{kT},$$

где k — постоянная Больцмана.

Тогда для средней длины свободного пробега молекулы справедливо соотношение:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}.$$

После подстановки исходных числовых значений величин и вычислений получим ответ на вопрос задачи:

$$\bar{\lambda} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{\sqrt{2 \cdot 3{,}14 \cdot (32 \cdot 10^{-11})^2 \cdot 13{,}3}}\ \text{м} \approx 850 \cdot 10^{-6}\ \text{м} \approx 850\ \text{мкм}.$$

4. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант	Номера задач								
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90

1. В середине откачанного и запаянного с обеих сторон капилляра, расположенного горизонтально, находится столбик ртути длиной l, равной 20 см. Если капилляр поставить вертикально, то столбик ртути переместится на 10 см. До какого давления был откачан капилляр? Длина капилляра L равна 1 м.

2. Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра имеется тонкий поршень, который может скользить в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится водород массой $m_1 = 4$ г, с другой — азот массой $m_2 = 14$ г. Какую часть объема цилиндра занимает водород?

3. Сосуд разделен перегородками на три части, объемы которых равны V_1, V_2, V_3 и в которых находятся газы при давлениях P_1, P_2, P_3 соответственно. Какое давление в сосуде установится после удаления перегородок, если температура при этом останется неизменной?

4. В баллоне объемом 0,2 $м^2$ находится газ под давлением 10^5 Па при температуре 290 К. После работы насоса давление газа повысилось до $3 \cdot 10^5$ Па, а его температура увеличилась до 320 К. Как изменилось число молекул газа в баллоне?

5. Объем камеры насоса равен V_0. За сколько циклов работы насоса можно накачать автомобильную камеру объемом V от давления P_1 до давления P_2? Температуру воздуха считать постоянной. Давление атмосферы известно и равно P_0.

6. Откачивающий насос захватывает за один цикл объем газа V_0 и выталкивает его в атмосферу. Сколько циклов должен сделать насос, чтобы изменить давление в сосуде объемом V от значения P_0 до P?

7. Каков должен быть вес оболочки шарика, наполненного водородом, чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению. Диаметр шарика равен 25 см.

8. Воздушный шар объемом 10^3 $м^3$ заполнен гелием. При нормальных условиях он может поднять груз массой 10^3 кг. Какой груз может поднять тот же шар при замене гелия водородом при той же температуре? Молярные массы газов известны.

9. Воздушный шар объемом 240 $м^3$, заполненный водородом при температуре 300 К, поднимает полезный груз массой 300 кг. Какой полезный груз сможет поднять воздушный шар, если его заполнить горячим воздухом при температуре 400 К? До какой температуры нужно нагреть воздух, чтобы воздушный шар смог поднять такой же полезный груз, как и при заполнении его водородом? Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль.

10. Два одинаковых сосуда заполнены кислородом при температуре T_1 и соединены между собой трубкой с ничтожно малым объемом. Во сколько раз изменится давление кислорода в сосудах, если один из них нагреть до температуры T_2, а второй поддерживать при температуре T_1?

11. Как изменится давление газа P в закрытом сосуде, если средняя квадратичная скорость его молекул увеличится на 20% ?

12. На сколько процентов увеличивается средняя кинетическая энергия молекул газа при увеличении его температуры от 7 до 35°С?

13. Средний квадрат скорости поступательного движения молекул некоторого газа, находящегося под давлением $P = 0{,}08$ МПа, равен $6 \cdot 10^5$ (м/с)^2. Определить плотность газа.

14. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул одного моля идеального газа, находящегося при нормальных условиях.

15. Какой объем занимает идеальный газ массой 1 кг, находящийся при давлении 1 кПа, если средняя квадратичная скорость его молекул равна 300 м/с?

16. В сосуде объемом 20 л находится водород массой 4 г при температуре 27°С. Молярная масса водорода — 0,002 кг/моль. Определить давление водорода в сосуде.

17. Плотность воздуха при нормальных условиях равна 1,3 кг/м^3. Определить плотность воздуха при температуре 27°С и увеличении давления в 4 раза.

18. Баллон содержит сжатый газ при температуре 27°С и давлении 4 МПа. Определить давление газа, если из баллона выпустили половину массы газа и его температуру понизили на 15°С.

19. В баллоне объемом 100 л находится азот при температуре 27°С. Вследствие неисправности вентиля часть газа вытекла, и его давление при постоянной температуре понизилось на 50 кПа. Определить массу вытекшего азота.

20. При какой температуре находился газ в закрытом сосуде, если при его нагревании на 140 К давление возросло в 1,5 раза?

21. Вертикальный цилиндр, закрытый с обоих концов, разделен поршнем. По обе стороны поршня находится по одному молю воздуха при температуре $T = 300$ К. Отношение объемов верхней части цилиндра и нижней равно $\eta = 4$. При какой температуре воздуха отношение этих объемов станет $\eta_1 = 3$?

22. При уменьшении объема газа в 2 раза давление увеличилось на 120 кПа, а абсолютная температура возросла на 10%. Каким было первоначальное давление?

23. Резиновый шар содержит 2 л воздуха, находящегося под атмосферным давлением 101,3 кПа. Какой объем займет воздух, если шар будет опущен в воду на глубину 10 м? Температура воды — 4°С, воздуха — 20°С.

24. В узкой стеклянной, закрытой с одной стороны трубке, расположенной горизонтально, находится столбик воздуха длиной 80 мм, запертый столбиком ртути длиной 40 мм. Какова будет длина воздушного столбика, если трубку расположить вертикально открытым концом кверху? Атмосферное давление 760 мм рт. ст. Плотность ртути $\rho = 13\,600$ кг/м^3.

25. В баллоне вместимостью 39 л содержится 1,88 кг углекислого газа при температуре 0°С. При повышении температуры на 57°С баллон разорвался. При каком давлении произошел разрыв баллона?

26. Баллон, содержащий воздух под давлением 600 кПа, соединяют с сосудом, из которого выкачан воздух. Объем сосуда в 2 раза меньше объема баллона. Определите установившееся давление, если процесс происходит при постоянной температуре.

27. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 2000$ л разделен перегородкой на две равные части. В одной части сосуда находится гелий массой 1 кг, в другой — аргон массой 1 кг. Средние квадратичные скорости атомов аргона и гелия равны 500 м/с. Определите парциальное давление гелия после удаления перегородки.

28. В закрытом с обоих концов откачанном цилиндре подвешен на упругой пружине скользящий без трения поршень, положение равновесия которого находится у дна цилиндра. В пространство под поршнем вводится такое количество газа, что поршень поднимается на высоту h (рис. 28). На какой высоте установится поршень, если этот газ нагреть от начальной температуры T_0 до температуры T_1?

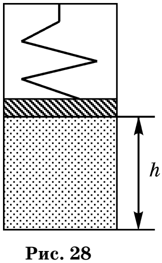


Рис. 28

29. Герметичный вертикальный цилиндр разделен подвижным поршнем. По обе стороны поршня находится по одному молю идеального газа. При температуре газа $T = 300$ К объем верхней части в 4 раза больше объема нижней. При какой температуре отношение объемов станет равным трем?

30. При какой температуре энергия теплового движения атомов гелия будет достаточна для того, чтобы преодолеть земное тяготение и навсегда покинуть земную атмосферу?

31. Найти внутреннюю энергию 20 г кислорода при температуре $t = 20$°С. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая на вращательное движение?

32. Найти среднюю квадратичную скорость молекулы воздуха при температуре 290 К. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль.

33. Найти концентрацию молекул водорода при давлении $P = 266{,}6$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $2{,}4 \cdot 10^3$ м/с.

34. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки $m = 10^{-8}$ г. Воздух считать однородным газом, молярная теплоемкость которого $\mu = 0{,}029$ кг/моль.

35. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta V = 50$ мОм.

36. Каково давление азота, если средняя квадратичная скорость движения молекул газа $V = 500$ м/с, а его плотность $1{,}35$ кг/м^3?

37. Если масса молекулы одного газа в 4 раза больше массы молекулы другого газа, а температуры обоих газов одинаковы, то каково отношение средних квадратичных скоростей молекул этих газов?

38. Определить концентрацию молекул водорода, находящегося под давлением $P = 400$ кПа, если средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул при этих условиях равна $V = 2{,}0$ км/с. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль. Какова абсолютная температура этого газа?

39. Какова средняя квадратичная скорость движения молекул идеального газа, если, имея массу $m = 6{,}1$ кг, он занимает объем $V = 5$ м^3 при давлении $P = 0{,}2$ МПа?

40. Как изменится давление газа P в закрытом сосуде, если средняя квадратичная скорость его молекул увеличится на 20% ?

41. На сколько процентов увеличивается средняя кинетическая энергия молекул газа при увеличении его температуры от 7 до 35°C?

42. Средний квадрат скорости поступательного движения молекул некоторого газа, находящегося под давлением $P = 0{,}08$ МПа, равен $6 \cdot 10^5$ (м/с)^2. Определить плотность газа.

43. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул одного моля идеального газа, находящегося при нормальных условиях.

44. Два различных газа, занимающие один и тот же начальный объем V_0, при одинаковом начальном давлении P_0 внезапно подвергаются адиабатному сжатию, каждый до половины своего первоначального объема. Каково конечное давление в каждом газе по сравнению с P_0, если первый газ одноатомный, а второй двухатомный?

45. Двум молям идеального одноатомного газа передали количество теплоты, равное 500 Дж. Как изменилась температура газа, если процесс проходил при постоянном объеме?

46. Гелий, расширяясь адиабатно, совершил работу, равную 300 Дж. Как изменилась температура гелия в этом процессе, если его масса составляла 2 г? Молярная масса гелия $M = 0{,}004$ кг/моль.

47. При адиабатном сжатии 4 г гелия, молярная масса которого $M = 0{,}004$ кг/моль, совершена работа, равная 600 Дж. Чему равно изменение температуры гелия в этом процессе?

48. Определить работу адиабатного расширения 200 г гелия, если температура газа понизилась на 50 К. Молярная масса гелия $M = 0{,}004$ кг/моль.

49. На рисунке 29 показан цикл 1–2–3–1 для 1 моля гелия. Чему равна полная работа газа за цикл, если на участке 2–3 она равна 600 Дж и при этом $P_2 = 2P_1$?

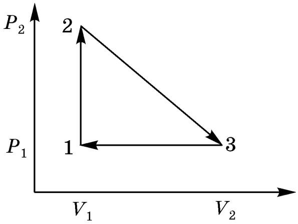


Рис. 29

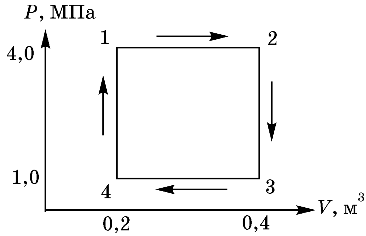


Рис. 30

50. Какое количество теплоты необходимо сообщить одному молю идеального газа при постоянном давлении, чтобы увеличить его объем в 2 раза? Начальная температура газа t =0°С.

51. Идеальный газ совершает круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух изохор. Изотермические процессы протекают при температурах T_1 и $T_2 < T_1$, изохорный — при объемах V_1 и V_2 ($V_2/V_1 = \mathrm{e} \approx 2{,}7$). Найти к. п. д. η цикла, считая известным коэффициент Пуассона γ.

52. В закрытом сосуде находится азот и кислород массой, равной соответственно 20 и 32 г. Найти изменение внутренней энергии газов при охлаждении ее на 28 К.

53. Азот массой 7 г был нагрет на 10 К в условиях изобарного свободного расширения. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

54. Некоторая масса кислорода занимает объем $V_1 = 3$ л при температуре $T_1 = 300$ К и давлении $P_1 = 820$ кПа. В другом состоянии газ имеет параметры $V_2 = 4$ л, $P_2 = 60$ кПа. Найти количество теплоты Q, полученное газом, им совершенную работу A при расширении, изменение внутренней энергии ΔU при переходе газа из одного состояния в другое: а) через точку C; б) через точку D.

55. Вычислить работу, совершаемую двумя молями идеального газа за один цикл (1–2–3–4–1), изображенный на рисунке 30. Определить к. п. д. этого циклического процесса.

56. За один цикл рабочее тело тепловой машины отдает холодильнику количество теплоты, равное 500 Дж. Какую

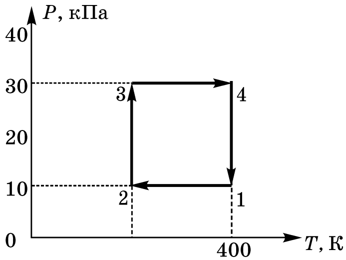


Рис. 31

работу при этом совершает рабочее тело, если к. п. д. цикла составляет 20% ?

57. Определить модуль отношения работ, совершенных идеальным газом на участках 3–4 и 1–2 циклического процесса, изображенного на рисунке 31 в координатах P–T.

58. В баллоне находился азот под давлением $P = 500$ кПа и при температуре $T_1 = 400$ К. Из него была выпущена половина массы газа, а температура была понижена до $T_2 = 320$ К. Каким стало давление азота в баллоне?

59. В сосуде под поршнем находится 1 г азота. Какое количество теплоты надо затратить, чтобы нагреть азот на 10 К? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня 1 кг, площадь его поперечного сечения 10 см^2. Давление под поршнем 100 кПа.

60. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу $A = 2{,}94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты $Q_2 = 13{,}4$ кДж. Найти к. п. д. машины.

61. Идеальная тепловая машина Карно за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2{,}512$ кДж. Температура нагревателя — $T_1 = 400$ К, температура холодильника — $T_2 = 300$ К. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

62. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу $A = 73{,}5$ кДж. Температура нагревателя — $T_1 = 373$ К, температура холодильника — $T_2 = 273$ К. Найти к. п. д., количество теплоты Q_1, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильником за один цикл.

63. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из двух изохорных и двух изобарных процессов. При этом объем газа изменяется от $V_1 = 25$ м^3 до $V_2 = 50$ м^3, давление от $P_1 = 100$ кПа до $P_2 = 200$ кПа. Во сколько раз работа в таком цикле меньше работы в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем возрастает в 2 раза?

64. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $T_2 = 273$ К кипятильнику с водой при температуре $T_1 = 373$ К. Какую массу m_2 воды надо заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар массу $m_1 = 1$ кг воды в кипятильнике?

65. Помещение отапливается холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно. Во сколько раз количество теплоты Q, получаемое помещением от сгорания дров в печи, меньше количества теплоты Q', переданного помещению холодильной машиной, которая приводится в действие тепловой машиной, потребляющей ту же массу дров? Тепловой двигатель работает между температурами $T_1 = 373$ К и $T_2 = 273$ К. Помещение требуется поддерживать при температуре $T = 289$ К. Температура окружающего воздуха $T_в = 263$ К.

66. Паровая машина мощностью $P = 14{,}7$ кВт потребляет за время $t = 1$ ч работы массу $m = 8{,}1$ кг угля с удельной теплотой сгорания $q = 33$ МДж/кг. Температура котла — $T_1 = 473$ К, температура холодильника — $T_2 = 331$ К. Найти фактический к. п. д. машины и сравнить его с к. п. д. η идеальной машины Карно при тех же температурах. Круговой цикл машины представлен на рисунке 32.

67. При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре 17°С, была совершена работа 860 Дж. Во сколько раз изменилось давление при расширении?

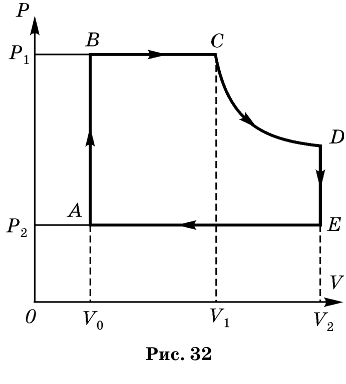


Рис. 32

68. 10 г кислорода находятся в сосуде под давлением $\rho = 300$ кПа и температуре 10°С. После изобарного нагревания газ занял объем

$V = 10$ л. Найти количество теплоты, полученное газом, изменение внутренней энергии газа и работу, совершаемую газом при расширении.

69. Свинцовый шар падает без начальной скорости с высоты 100 м. При соударении с поверхностью Земли 80% механической энергии шара идет на его нагрев. Удельная теплоемкость свинца равна 130 Дж/(кг·К). Как изменится температура шара, если пренебречь сопротивлением воздуха?

70. Свинцовая пуля, летящая со скоростью 300 м/с, попадает в металлическую плиту и отскакивает от нее без потери массы со скоростью 100 м/с. Удельная теплоемкость свинца равна 130 Дж/(кг·К). Если на нагрев пули пошло 60% количества теплоты, выделившейся при ударе, то как изменилась температура пули?

71. Найти изменение энтропии ΔS при нагревании, плавлении и испарении льда $m = 10$ г, изначально имевшего температуру -20°C.

72. Найти изменение энтропии ΔS при нагревании и испарении воды $m = 1$ кг, первоначально имевшей температуру 0°C.

73. Найти изменение энтропии ΔS при плавлении льда $m = 1$ кг при $T_1 = 273$ К.

74. Найти изменение энтропии ΔS кислорода $m = 8$ г при изменении состояния от объема V_1 при температуре $T_1 = 353$ К до объема $V_2 = 40$ л при температуре $T_2 = 573$ К.

75. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул CO_2 при температуре $t = 100$°C, если средняя длина свободного пробега молекулы $\bar{\lambda} = 870$ мкм.

76. На высоте 300 км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере $n = 10^{15}$ м$^{-3}$. Найти среднюю длину свободного пробега частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц $d = 0{,}2$ нм.

77. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха $d = 0{,}3$ нм.

78. Найти среднее время между двумя последовательными столкновениями молекулы азота при давлении $\rho = 133$ Па и температуре 10°C.

79. Какое предельное число молекул воздуха должно находиться внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекулы воздуха — $d = 0{,}3$ нм. Диаметр сосуда — $D = 15$ см.

80. Расстояние между катодом и анодом в газоразрядной трубке $d = 15$ см. Какое давление надо создать в трубке, чтобы электроны не сталкивались с молекулами воздуха на пути от катода к аноду? Температура воздуха $t = 27°C$, диаметр молекул воздуха $d_0 = 0{,}3$ нм. Средняя длина свободного пробега электрона в газе приблизительно в 5,7 раза больше средней длины свободного пробега молекул самого газа.

81. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега — $\overline{\lambda} = 5$ мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул — 500 м/с.

82. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул азота при давлении $\rho = 53{,}33$ кПа и $t = 27°C$.

83. Во сколько раз уменьшится число столкновений в единицу времени в двухатомном газе, если его объем адиабатно увеличить в 2 раза?

84. Найдите среднюю длину свободного пробега молекул азота при давлении $\rho = 10$ кПа и $t = 17°C$.

85. В сосуде объемом $V = 100$ см^3 находится 0,5 г азота. Найдите среднюю длину свободного пробега молекул азота.

86. Найти среднюю длину свободного пробега молекулы углекислого газа при $t = 100°C$ и давлении $\rho = 13{,}3$ Па. Диаметр молекул CO_2 $d = 0{,}32$ нм.

87. Найти среднее время между двумя последовательными столкновениями молекулы азота при давлении $\rho = 133$ Па и $t = 10°C$.

88. Какое предельное число молекул воздуха должно находиться внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекулы воздуха — $d = 0{,}3$ нм. Диаметр сосуда — $D = 15$ см.

89. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега $\overline{\lambda} = 5$ мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул — 500 м/с.

90. Какое количество теплоты теряет помещение за время $t = 1$ ч через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы $S = 4$ м^2, расстояние между ними $d = 30$ см, температура помещения $t_1 = 18$°С, температура наружного воздуха $t_2 = -20$°С. Диаметр молекул воздуха $d_0 = 0{,}3$ нм. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного воздуха. Давление $\rho = 101{,}3$ кПа.

5. БИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Дмитрий Иванович Менделеев (1834–1907) — российский химик, деятель образования, разносторонний ученый. Д. И. Менделеев свыше 35 лет преподавал в Петербургском университете, Технологическом институте, на Высших женских (Бестужевских) курсах. В 1869 году он открыл один из основных законов естествознания — периодический закон химических элементов. В 1861 году Менделеевым написана и издана «Органическая химия», за что была получена Демидовская премия Петербургской Академии наук. Позже — первый учебник «Основы химии» (ч. 1–2), построенный на основе периодического закона. Д. И. Менделеев известен и как автор фундаментальных исследований по народному просвещению России. С 1876 года являлся членом-корреспондентом Петербургской Академии наук.

Бенуа Поль Эмиль Клапейрон (26.01.1799–28.01.1864) — французский инженер, физик и механик. Родился в Париже. В 1818 году окончил Горную школу в Париже. В 1820–1830 годах работал профессором Петербургского института корпуса инженеров путей сообщения, с 1831 года — Школы мостов и дорог в Париже. Работы Клапейрона по механике посвящены теории упругости и строительной механике. Клапейрон ввел в термодинамику графический метод (индикаторная диаграмма) и придал вычислениям Сади Карно геометрическую форму. В 1834 году указал на существование для газов универсальной функции температуры. Совместно с Г. Ламе исследовал устойчивость арок и аналитическим путем нашел положение сечения излома для круговой арки постоянного поперечного сечения. В 1833 году написал работу о внутреннем равновесии твердых тел из однородных материалов. В 1848 году разработал новый метод вычисления напряжений в неразрезных балках. В теории упругости известна теорема Клапейрона. С 1858 года являлся членом Парижской Академии наук.

Уильям Томсон (Кельвин) (26.06.1824–17.12.1907) — английский физик, один из основоположников термодинамики, член Лондонского королевского общества (1851), в 1890–1895 — президент. Родился в Белфасте. В 1845 году окончил Кембриджский университет. В 1851 году сформулировал второе начало термодинамики: «в природе невозможен процесс, единственным результатом которого была бы механическая работа, совершенная за счет охлаждения теплового резервуара». Соответственно этой формулировке второго начала термодинамики (по Томсону) была доказана невозможность вечного двигателя второго рода. Томсон, исходя из открытого закона термодинамики и применяя его к Вселенной как к целому, в 1852 году пришел к ошибочному выводу о неизбежности «тепловой смерти Вселенной» (гипотеза тепловой смерти Вселенной). Неправомерность такого подхода и ошибочность гипотезы позже доказал Л. Больцман. Томсон широко применял термодинамический метод для объяснения различных физических явлений. В 1848 году ввел понятие абсолютной температуры и абсолютную шкалу температуры, названную его именем (шкала Кельвина). Вместе с Джоулем в 1853–1854 годах установил изменение температуры газа при его медленном стационарном адиабатическом протекании сквозь пористую перегородку (эффект Джоуля–Томсона). Использование этого эффекта является одним из основных методов получения низких температур. В 1846–1899 годах был профессором университета в Глазго. В 1892 году Томсон получил титул лорда Кельвина. Его работы относятся к термодинамике, гидродинамике, электромагнетизму, упругости, теплоте, математике, технике. Томсон дал расчет электрических колебаний в контуре, в 1853 году получил формулу зависимости периода собственных колебаний в контуре от его емкости и индуктивности (формула Томсона). Позже, в 1856 году, установил изменение сопротивления металлов в магнитном поле, перпендикулярном току. Теоретические исследования Томсона по электромагнетизму и ряд его технических изобретений значительно содействовали практическому осуществлению телеграфной связи, в частности по трансатлантическому кабелю, в прокладывании которого он принимал активное участие. Был членом многих академий наук и научных обществ, в частности с 1896 года — Петербургской Академии наук.

Джон Дальтон (1766–1844) родился в бедной семье, обладал большой скромностью и необычайной жаждой знаний. Он не занимал никакой университетской должности, был простым учителем математики и физики в школе и колледже. В физике Дальтон открыл газовые законы, в химии — закон кратных отношений. Он составил самую первую таблицу относительных атомных масс и создал первую систему химических знаков для простых и сложных веществ.

Амадео Авогадро (1776–1856) — итальянский ученый. О жизни Лоренцо Романо Амедео Карло Авогадро ди Кваренья э ди Черрето известно очень мало. Он получил юридическое образование и был адвокатом по делам бедных. Когда войска Наполеона заняли Северную Италию, Авогадро стал секретарем новой французской провинции. Однако известность и славу ему принесли научные работы. В 1811 году Авогадро, тщательно проанализировав результаты экспериментов Гей-Люссака и других ученых, пришел к выводу, что закон объемных отношений позволяет понять, как же «устроены» молекулы газов. «Первая гипотеза, — писал он, — которая возникает в связи с этим и которая представляется единственно приемлемой, состоит в предположении, что число составных молекул любого газа всегда одно и то же в одном и том же объеме...». Тремя годами позже Авогадро изложил свою гипотезу еще более четко и сформулировал ее в виде закона, который носит его имя. После того, как гипотеза Авогадро стала общепризнанной, ученые получили возможность не только правильно определять состав молекул газообразных соединений, но и рассчитывать атомные и молекулярные массы. Количество вещества, численно равное относительной молекулярной массе, но выраженное в граммах, назвали грамм-молекулой или молем. В настоящее время моль определяется иначе: это количество вещества, содержащего столько же структурных элементов (это могут быть атомы, молекулы, ионы или другие частицы), сколько их содержится в 0,012 кг углерода C^{12}. В 1971 году моль был введен в Международную систему единиц (СИ) в качестве основной единицы. Жан Перрен для определения постоянной Авогадро использовал следующий метод. Перрен под микроскопом подсчитывал число взвешенных в воде крошечных (диаметром около 1 мкм) шариков каучука. Перрен считал, что к этим шарикам применима барометрическая формула, справедливая для молекул любого газа. В таком случае можно определить «молярную массу» этих шариков. Зная массу отдельного шарика (ее, в отличие от массы настоящих молекул, можно измерить), легко было рассчитать постоянную Авогадро. У Перрена получилось примерно $6{,}8 \cdot 10^{23}$. Современное значение этой постоянной $N_A = 6{,}0221367 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Никола-Леонард-Сади Карно (01.06.1796–24.08.1832) — французский физик и инженер, занимался изучением и усовершенствованием паровых машин, а также изучал теплоту как форму энергии. Сади Карно — старший сын Лазара Карно, военного инженера, крупного политического деятеля времен Французской революции и правления Наполеона I, автора сочинений по военной стратегии, фортификации, механике, геометрии и анализу. Молодой Сади Карно в домашних условиях под руководством отца занимался математикой, физикой, языками и музыкой. В 16 лет Сади Карно поступил в Политехническую школу, основателем которой был его отец. Там Карно проучился до 1814 года, когда ушел в ряды наполеоновской армии защищать гибнущую империю. После окончательного разгрома наполеоновских войск под Ватерлоо Карно продолжил учебу в Метце как военный инженер, а затем недолго опять служил в армии, занимаясь строительством укреплений. Окончательно расставшись с армией в 1818 году, Карно посвятил всю оставшуюся жизнь исследованию работы паровых машин, становившихся все более распространенными во Франции. Научную работу Карно прервала преждевременная смерть от холеры в 36-летнем возрасте. В 1824 году Сади Карно опубликовал свою единственную великую работу — книгу «Рассуждения о движущей силе огня», где рассмотрел идеальную тепловую машину («машина Карно»), работающую по определенному термодинамическому циклу («цикл Карно») и доказал, что к. п. д. этого цикла является теоретически максимально возможным. Карно был первым физиком, начавшим количественное изучение взаимопревращения теплоты и работы, поэтому его с полным правом можно назвать отцом термодинамики. Карно ввел важнейшее для термодинамики понятие обратимого процесса и заложил основы второго начала термодинамики. Позднее лорд Кельвин сказал о Карно, что «это был самый глубокий специалист по термодинамике в первой трети XIX века». Карно был ученым, жившим по высказанному им же принципу: «Говори поменьше о том, что знаешь, и ничего не говори о том, чего не знаешь». За свою короткую жизнь Карно занимался, помимо физики, экономикой, французской литературой, музыкой, пропагандировал занятия гимнастикой и фехтованием, любил танцевать.

Юлиус Роберт Майер (25.11.1814–20.03.1878) — немецкий врач. Родился в Баварии. Рано заинтересовавшись научными исследованиями, решил посвятить себя медицине. В 1832 году поступил в Тюбингенский университет, где всего один семестр изучал физику. В 1838 году Майер получил степень доктора медицины. С 1841 года и до смерти Майер практиковал в Хейльбронне, став главным хирургом города. В свободное время он занимался экспериментами. В статье, опубликованной в 1842 году, Майер ясно утверждает, что существует определенная количественная связь между высотой, с которой падает тело массой m, и выделившимся при ударе о землю количеством теплоты. Майер также попытался вычислить механический эквивалент теплоты. Результаты своих исследований

Майер изложил в работах «О количественном и качественном определении сил», «Замечания относительно сил неживой природы» (1841) и «Органическое движение в его связи с обменом веществ» (1845). Однако выдающееся открытие Майера закона сохранения и превращения энергии не имело признания. Годы с 1846 по 1850 были для него тяжелыми: несчастия в семье, болезни и смерть детей. В это же время он был втянут в спор с выдающимся английским физиком Джеймсом Джоулем о приоритете открытия закона превращений энергии. После 1850 года Майер больше не занимался наукой. Работы Майера долго оставались незамеченными. Лишь в 1862 году Клаузиус и Тиндаль обратили внимание на исследования Майера и его работы. Оценка заслуг ученого в создании механической теории тепла вызвала в свое время ожесточенную полемику между Клаузиусом, Тиндалем, Джоулем и Дюрингом. В 1871 году Майер получил медаль Лондонского королевского общества, позднее его наградила Французская академия наук. Майер стал почетным доктором своего родного университета в Тюбингене.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ипатова И. П., Мастеров В. Ф., Уханов Ю. И.* Курс физики. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2001. Т. 1. С. 270.
2. *Чуприкова Н. И.* Умственное развитие и обучение (к обоснованию системно-структурного подхода). Воронеж: Изд-во НПО «МОДЕК»; М.: Изд-во МПСИ, 2003. С. 320.
3. Психология высших когнитивных процессов / Под ред. Т. Н. Ушаковой , Н. И. Чуприковой. М.: Изд-во ИП РАН, 2004. С. 304.
4. *Гилев А. А.* Когнитивный анализ процесса решения учебных физических задач // Физическое образование в вузах. 2007, № 2. С. 20–32.
5. *Гилев А. А.* Когнитивная основа инженерно-технической компетентности // Известия Самарского научного центра РАН: Спец. выпуск «Новейшие гуманитарные исследования», 2006. С. 171–178.
6. Формирование системного мышления в обучении / Под ред. З. А. Решетовой. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. С. 344.
7. *Доблаев Л. П.* Смысловая структура учебного текста и проблемы его понимания. М., 1982. С. 164.
8. *Гузеев В. В.* Соотнесение сложности и трудности учебных задач с уровнями планируемых результатов обучения // Школьные технологии. 2003. № 3. С. 50–56.
9. *Балл Г. А.* Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. М.: Педагогика, 1990. С. 184.
10. *Лернер И. Я.* Проблемное обучение. Теория и методика обучения физике в школе: Общие вопросы / Под ред. С. Е. Каменецкого, Н. С. Пурышевой. М.: Издательский центр «Академия», 2000. С. 368.
11. *Солсо Р. Л.* Когнитивная психология / Пер. с англ. М.: Тривола, 1996. С. 600.
12. *Зинченко Т. П.* Когнитивная и прикладная психология. Воронеж: Изд-во НПО «МОДЕК»; М.: Изд-во МПСИ, 2000. С. 608.
13. *Дружинин В. Н.* Когнитивные способности: структура, диагностика, развитие. М.: ПЕРСЭ, 2001. С. 224.

14. *Андерсон Д. Р.* Когнитивная психология. СПб.: Питер, 2002. С. 496.
15. *Прибрам К.* Языки мозга / Пер. с анг. М., 1975.
16. *Clark J. M.*, *Paivio A. A.* Dual Coding Perspective on Encoding Processes / McDaniel M., Pressley M. (Eds). Imegery and related Mnemonic Process. Theories, individual Differences and Applications. 1987. P. 5–33.
17. *Кларин М. В.* Технология обучения: идеал и реальность. Рига: Эксперимент, 1999. С. 180.
18. *Савельев И. В.* Сборник вопросов и задач по общей физике. СПб.: Лань, 2007. С. 272.
19. *Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1979.
20. *Чертов А. Г.*, *Воробьев А. А.* Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1981.
21. *Трофимова Т. И.* Сборник задач по курсу физики: Учебное пособие для студентов втузов. М.: Высшая школа, 1991.
22. *Храмов Ю. А.* Физики: Биографический справочник. М.: Наука, 1983.
23. *Кудрявцев П. С.* Курс истории физики. М.: Просвещение, 1982. С. 448.
24. http://www.cargomoscow.ru/texts
25. http://www.encyclopedialist.ru/texts
26. http://www.college.ru/physics/courses
27. http://www.krugosvet.ru/articles

ОГЛАВЛЕНИЕ

Александр Александрович ГИЛЕВ

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Учебное пособие

Генеральный директор *А. Л. Кноп*
Директор издательства *О. В. Смирнова*
Художественный редактор *С. Ю. Малахов*
Технический редактор *Е. Е. Егорова*
Редактор *В. И. Фенина*
Подготовка иллюстраций *Н. Ю. Горшкова*
Выпускающие *Н. К. Белякова, О. В. Шилкова*

ЛР № 065466 от 21.10.97

Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.004173.04.07 от 26.04.2007 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»
lan@lpbl.spb.ru
www.lanbook.com
192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.
Тел./факс: (812)567-29-35, 567-05-97, 567-92-72

Сдано в набор 06.05.08. Подписано в печать 25.08.08.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 84×108 $^1/_{32}$.
Печать офсетная. Усл. п. л. 7,56. Тираж 2000 экз.

Заказ № .

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных материалов в ОАО «Дом печати — ВЯТКА»
610033, г. Киров, ул. Московская, 122